



Time : 3 hrs.

Answers & Solutions

for

JEE (MAIN)-2018

(Physics, Mathematics and Chemistry)

M.M. : 360

महत्वपूर्ण निर्देश :

1. परीक्षा की अवधि **3 घंटे** है।
2. इस परीक्षा पुस्तिका में **90** प्रश्न हैं। अधिकतम अंक **360** हैं।
3. इस प्रश्न-पत्र में **तीन** भाग A, B, C हैं, जिसके प्रत्येक भाग में **भौतिक विज्ञान, गणित एवं रसायन विज्ञान** के 30 प्रश्न हैं और सभी प्रश्नों के अंक समान हैं। प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर के लिए **4 (चार)** अंक निर्धारित किये गये हैं।
4. अभ्यर्थियों को प्रत्येक सही उत्तर के लिए उपरोक्त निर्देश संख्या 3 के निर्देशानुसार अंक दिये जायेंगे। प्रत्येक प्रश्न के गलत उत्तर के लिये उस प्रश्न के लिए निर्धारित कुल अंकों में से $\frac{1}{4}$ (एक-चौथाई) भाग (अर्थात् 1 अंक) काट लिया जायेगा। यदि उत्तर पत्र में किसी प्रश्न का उत्तर नहीं दिया गया हो तो कुल प्राप्तांक से कोई कटौती नहीं की जायेगी।
5. प्रत्येक प्रश्न का केवल एक ही सही उत्तर है। एक से अधिक उत्तर देने पर उसे गलत उत्तर माना जायेगा और उपरोक्त निर्देश 4 के अनुसार अंक काट लिये जायेंगे।
6. उत्तर पत्र के **पृष्ठ-1** एवं **पृष्ठ-2** पर वांछित विवरण एवं उत्तर अंकित करने हेतु परीक्षा कक्ष में उपलब्ध कराये गए **केवल काले बॉल प्वाइंट पेन** का ही प्रयोग करें।
7. अभ्यर्थी द्वारा परीक्षा कक्ष/हॉल में प्रवेश कार्ड के अलावा किसी भी प्रकार की पाठ्य सामग्री, मुद्रित या हस्तलिखित, कागज की पर्चियाँ, पेजर, मोबाइल फोन या किसी भी प्रकार के इलेक्ट्रॉनिक उपकरणों को ले जाने की अनुमति नहीं है।

PART-A : PHYSICS

1. यदि एक न्यूट्रॉन की एक स्थिर अवस्था के इयूटिरियम से प्रत्यास्थ एकरेखीय संघट्ट होती है तो उसकी ऊर्जा का आंशिक क्षय P_d पाया जाता है। उसके स्थिर अवस्था के कार्बन नाभिक से समरूप संघट्ट में ऊर्जा का आंशिक क्षय P_c पाया जाता है। P_d तथा P_c के मान क्रमशः होंगे:

- (1) (0, 0) (2) (0, 1)
(3) (.89, .28) (4) (.28, .89)

उत्तर (3)

हल $mu = mv_1 + 2m \times v_2$... (i)

$u = (v_2 - v_1)$... (ii)

$\Rightarrow v_1 = -\frac{u}{3}$

$\therefore \frac{\Delta E}{E} = p_d = \frac{\frac{1}{2}mu^2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{u}{3}\right)^2}{\frac{1}{2}mu^2} = \frac{8}{9} = 0.89$

तथा $mu = mv_1 + (12m) \times v_2$... (iii)

$u = (v_2 - v_1)$... (iv)

$\Rightarrow v_1 = -\frac{11}{13}u$

$\therefore \frac{\Delta E}{E} = p_c = \frac{\frac{1}{2}mu^2 - \frac{1}{2}m\left(\frac{11}{13}u\right)^2}{\frac{1}{2}mu^2} = \frac{48}{169} = 0.28$

2. एक हाइड्रोजन अणु का द्रव्यमान 3.32×10^{-27} kg है। 2 cm^2 क्षेत्रफल की एक स्थिर दीवार पर 10^{23} प्रति सेकण्ड की दर से हाइड्रोजन अणु यदि अभिलम्ब से 45° पर प्रत्यास्थ टक्कर करके 10^3 m/s की गति से लौटते हैं, तो दीवार पर लगे दाब का निकटतम मान होगा:

- (1) $2.35 \times 10^2 \text{ N/m}^2$
(2) $4.70 \times 10^2 \text{ N/m}^2$
(3) $2.35 \times 10^3 \text{ N/m}^2$
(4) $4.70 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

उत्तर (3)

हल $F = nmvcos\theta \times 2$

$P = \frac{F}{A} = \frac{2nmvcos\theta}{A}$

$= \frac{2 \times 10^{23} \times 3.32 \times 10^{-27} \times 10^3}{\sqrt{2} \times 2 \times 10^{-4}} \text{ N/m}^2$
 $= 2.35 \times 10^3 \text{ N/m}^2$

3. किसी मुलायम पदार्थ द्वारा बने हुए r त्रिज्या का एक ठोस गोला, जिसका आयतन प्रत्यास्थता गुणांक K है, एक बेलनाकार बर्तन में किसी द्रव द्वारा घिरा हुआ है। a क्षेत्रफल का एक द्रव्यमानविहीन पिस्टन, बेलनाकार बर्तन के सम्पूर्ण अनुप्रस्थ काट को ढकते हुए, द्रव के सतह पर तैरता है। द्रव के संपीड़न हेतु जब पिस्टन के सतह पर एक द्रव्यमान m रखा जाता है, तो गोले की त्रिज्या

में होने वाला आंशिक परिवर्तन $\left(\frac{dr}{r}\right)$ होगा:

- (1) $\frac{mg}{3Ka}$ (2) $\frac{mg}{Ka}$
(3) $\frac{Ka}{mg}$ (4) $\frac{Ka}{3mg}$

उत्तर (1)

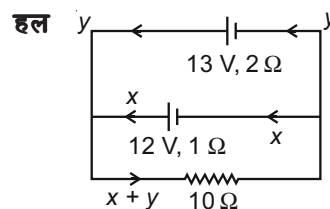
हल $K = -V \frac{dP}{dV}$

$\Rightarrow \frac{-dV}{V} = \frac{dP}{K} = \frac{mg}{Ka} \Rightarrow \frac{-3dr}{r} = \frac{mg}{Ka} \Rightarrow \frac{dr}{r} = -\frac{mg}{3Ka}$

4. 12 V तथा 13 V विद्युत वाहक बल की दो बैटरी को समान्तर क्रम में एक 10Ω के लोड प्रतिरोध के साथ जोड़ा गया है। दोनों बैटरी के आन्तरिक प्रतिरोध क्रमशः 1Ω तथा 2Ω हैं। लोड प्रतिरोध के सिरे का विभव निम्न में से किन मानों के बीच होगा?

- (1) 11.4 V तथा 11.5 V (2) 11.7 V तथा 11.8 V
(3) 11.6 V तथा 11.7 V (4) 11.5 V तथा 11.6 V

उत्तर (4)



लूपों में KVL लगाने पर

$12 - x - 10(x + y) = 0$

$\Rightarrow 12 = 11x + 10y$... (i)

$13 = 10x + 12y$... (ii)

हल करने पर $x = \frac{7}{16} \text{ A}$, $y = \frac{23}{32} \text{ A}$

$V = 10(x + y) = 11.56 \text{ V}$

वैकल्पिक : $r_{eq} = \frac{2}{3} \Omega$, $R = 10 \Omega$

$$\frac{E_{eq}}{r_{eq}} = \frac{E_1}{r_1} + \frac{E_2}{r_2} \Rightarrow E_{eq} = \frac{37}{3} V$$

$$V = \frac{E_{eq}}{R + r_{eq}} R = 11.56 V$$

5. एक कण किसी एक आकर्षण विभव $U = -\frac{k}{2r^2}$ के अंतर्गत त्रिज्या a के एक गोलाकार पथ में चल रहा है। उसकी कुल ऊर्जा होगी :

- (1) शून्य (2) $-\frac{3}{2} \frac{k}{a^2}$
 (3) $-\frac{k}{4a^2}$ (4) $\frac{k}{2a^2}$

उत्तर (1)

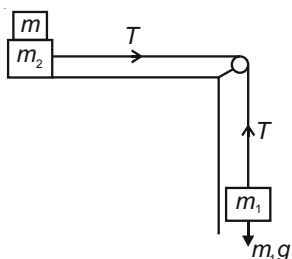
हल $F = \frac{-dU}{dr}$ $\left[U = -\frac{k}{2r^2} \right]$
 $\frac{mv^2}{r} = \frac{k}{r^3}$ [यह बल आवश्यक अभिकेंद्रीय बल प्रदान करता है]

$$\Rightarrow mv^2 = \frac{k}{r^2}$$

$$\Rightarrow K.E = \frac{k}{2r^2} \Rightarrow P.E = -\frac{k}{2r^2}$$

कुल ऊर्जा = शून्य

6. $m_1 = 5 \text{ kg}$ तथा $m_2 = 10 \text{ kg}$ के दो द्रव्यमान एक अवितान्य डोरी द्वारा एक घर्षणरहित घिरनी के ऊपर से जुड़े हुए हैं, जैसा कि चित्र में दर्शाया है। क्षैतिज सतह का घर्षण गुणांक 0.15 है। वह न्यूनतम द्रव्यमान m , जिसको द्रव्यमान m_2 के ऊपर रखने से गति रूक जाये, होना चाहिए



- (1) 43.3 kg (2) 10.3 kg
 (3) 18.3 kg (4) 27.3 kg

उत्तर (4)

हल गतिशील ब्लॉक m_2 को रोकने के लिए, m_2 का त्वरण, m_2 के वेग के विपरीत होना चाहिए
 $m_1 g < \mu(m + m_2)g \Rightarrow 5 < 0.15(10 + m_2)$
 $\Rightarrow m_2 > 23.33 \text{ kg}$

$\therefore$ न्यूनतम द्रव्यमान = 27.3 kg (दिए गए विकल्पों के अनुसार)

7. यदि लाइमन श्रेणी की सीमा आवृत्ति ν_L है तो फुण्ड श्रेणी की सीमा आवृत्ति होगी :

- (1) $\nu_L/16$ (2) $\nu_L/25$
 (3) $25 \nu_L$ (4) $16 \nu_L$

उत्तर (2)

हल $h\nu_L = E \left[\frac{1}{12} - \frac{1}{\infty} \right] = E$

$$h\nu_P = E \left[\frac{1}{5^2} - \frac{1}{\infty} \right] = \frac{E}{25} \Rightarrow \nu_P = \frac{\nu_L}{25}$$

8. तीव्रता I का अधुवित प्रकाश का एक आदर्श पोलरॉइड A से गुजरता है। इसी तरह का एक और पोलरॉइड B को पोलरॉइड A के पीछे रखा गया है। पोलरॉइड B के पश्चात् प्रकाश की तीव्रता $\frac{I}{2}$ पायी जाती है। अब एक और उसी तरह के पोलरॉइड C को A और B के बीच रखा जाता है जिससे B के पश्चात् तीव्रता $\frac{I}{8}$ पायी जाती है। पोलरॉइड A व C के बीच का कोण होगा:

- (1) 45° (2) 60°
 (3) 0° (4) 30°

उत्तर (1)

हल ध्रुवक A व B समान्तर रूप से गुजरते हुए अक्ष के साथ अभिविन्यासित हैं

माना ध्रुवक C, A के साथ θ कोण पर है, तब यह B के साथ θ कोण भी बनाता है।

$$\therefore \frac{I}{8} = \left(\frac{I}{2} \times \cos^2 \theta \right) \times \cos^2 \theta$$

$$\Rightarrow \cos^2 \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

9. एक इलेक्ट्रॉन किसी हाइड्रोजन परमाणु के विभिन्न उत्तेजित अवस्थाओं से विकिरण उत्सर्जित करके निम्नतम अवस्था में आ जाता है। माना कि λ_n तथा λ_g n वीं अवस्था तथा निम्नतम अवस्था में इलेक्ट्रॉन की de Broglie तरंगदैर्घ्य है। माना n वीं अवस्था से निम्नतम अवस्था में संक्रमण द्वारा उत्सर्जित फोटॉन की तरंगदैर्घ्य Λ_n है। n के बड़े मान के लिए (यदि A तथा B स्थिरांक हैं):

(1) $\Lambda_n^2 \approx A + B\lambda_n^2$ (2) $\Lambda_n^2 \approx \lambda$

(3) $\Lambda_n \approx A + \frac{B}{\lambda_n^2}$ (4) $\Lambda_n \approx A + B\lambda_n$

उत्तर (3)

हल $P_n = \frac{h}{\lambda_n}, P_g = \frac{h}{\lambda_g}$

$$k = \frac{P^2}{2m} = \frac{h^2}{2m\lambda^2}, E = -k = -\frac{h^2}{2m\lambda^2}$$

$$E_n = -\frac{h^2}{2m\lambda_n^2}, E_g = -\frac{h^2}{2m\lambda_g^2}$$

$$E_n - E_g = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{1}{\lambda_g^2} - \frac{1}{\lambda_n^2} \right) = \frac{hc}{\Lambda_n}$$

$$\frac{h^2}{2m} \left(\frac{\lambda_n^2 - \lambda_g^2}{\lambda_g^2 \lambda_n^2} \right) = \frac{hc}{\Lambda_n}$$

$$\Lambda_n = \frac{2mc}{h} \left(\frac{\lambda_g^2 \lambda_n^2}{\lambda_n^2 - \lambda_g^2} \right)$$

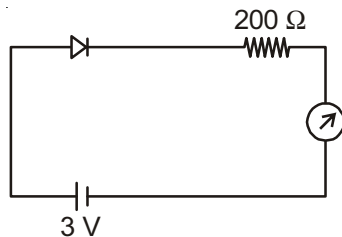
$$\Lambda_n = \frac{2mc\lambda_g^2}{h} \frac{\lambda_n^2}{\lambda_n^2 \left(1 - \frac{\lambda_g^2}{\lambda_n^2} \right)}$$

$$= \frac{2mc\lambda_g^2}{h} \left[1 - \frac{\lambda_g^2}{\lambda_n^2} \right]^{-1} = \frac{2mc\lambda_g^2}{h} \left[1 + \frac{\lambda_g^2}{\lambda_n^2} \right]$$

$$= \frac{2mc\lambda_g^2}{h} + \left(\frac{2mc\lambda_g^4}{h} \right) \frac{1}{\lambda_n^2} = A + \frac{B}{\lambda_n^2}$$

$$A = \frac{2mc\lambda_g^2}{h}, B = \frac{2mc\lambda_g^4}{h}$$

10. दिये गये परिपथ में silicon डायोड के लिए अमीटर का पाठयांक होगा:



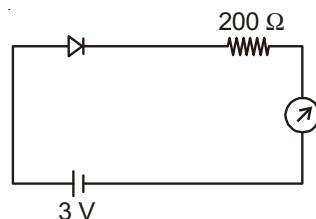
- (1) 11.5 mA
(2) 13.5 mA
(3) 0
(4) 15 mA

उत्तर (1)

हल $I = \frac{V - V_{\text{डायोड}}}{R}$

$$= \left[\frac{3 - 0.7}{200} \times 1000 \right] \text{ mA}$$

$$= 11.5 \text{ mA}$$



11. समान गतिज ऊर्जा के एक इलेक्ट्रॉन एक प्रोटॉन एवं एक अल्फा कण किसी एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र B में क्रमशः r_e , r_p एवं r_α त्रिज्या की गोलाकार कक्षा में घूम रहे हैं। r_e , r_p एवं r_α के बीच संबंध होगा:

- (1) $r_e < r_p < r_\alpha$ (2) $r_e < r_\alpha < r_p$
(3) $r_e > r_p = r_\alpha$ (4) $r_e < r_p = r_\alpha$

उत्तर (4)

हल $r = \frac{\sqrt{2mk}}{qB}$

$$\frac{r_\alpha}{r_p} = \frac{\sqrt{2m_\alpha}}{q_\alpha} \times \frac{q_p}{\sqrt{2m_p}} \quad \left[\begin{array}{l} m_\alpha = 4m_p \\ q_\alpha = 2q_p \end{array} \right]$$

$$= 1$$

इलेक्ट्रॉन का द्रव्यमान न्यूनतम है तथा आवेश $q_e = e$

इसलिए, $r_e < r_p = r_\alpha$

12. 90 pF धारिता के एक समान्तर प्लेट संधारित्र को 20 V विद्युत वाहक बल की एक बैटरी से जोड़ते हैं। यदि $K = \frac{5}{3}$ परावैद्युतांक का एक परावैद्युत पदार्थ प्लेटों के बीच प्रविष्ट किया जाता है तो प्रेरित आवेश का परिमाण होगा:

- (1) 2.4 nC (2) 0.9 nC
(3) 1.2 nC (4) 0.3 nC

उत्तर (3)

हल $C' = KC_0$
 $Q = KC_0 V$

$$Q_{\text{प्रेरित}} = Q \left(1 - \frac{1}{K} \right) = \frac{5}{3} \times 90 \times 10^{-12} \times 20 \left(1 - \frac{3}{5} \right)$$

$$= 1.2 \text{ nC}$$

13. v_m आयाम तथा $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ आवृत्ति के विभव द्वारा चलित एक RLC परिपथ अनुनादित होता है। गुणता कारक Q का मान होगा:

- (1) $\frac{R}{(\omega_0 C)}$ (2) $\frac{CR}{\omega_0}$
(3) $\frac{\omega_0 L}{R}$ (4) $\frac{\omega_0 R}{L}$

उत्तर (3)

हल गुणता कारक, $Q = \frac{\omega_0}{(2\Delta\omega)}$

$$Q = \frac{\omega_0 L}{R}$$

14. एक टेलिफोन संचरण सेवा, वाहक आवृत्ति 10 GHz पर काम करती है। इसका केवल 10% संचार के लिए उपयोग किया जाता है। यदि प्रत्येक चैनल की बैंड चौड़ाई 5 kHz हो तो एक साथ कितने टेलीफोनिक चैनल संचारित किये जा सकते हैं?

- (1) 2×10^5 (2) 2×10^6
(3) 2×10^3 (4) 2×10^4

उत्तर (1)

हल वाहक आवृत्ति = 10×10^9 Hz

उपलब्ध बैंड चौड़ाई = 10% of 10×10^9 Hz
 $= 10^9$ Hz

प्रत्येक दूरभाषिक चैनल के लिए बैंड चौड़ाई = 5 kHz

$$\therefore \text{चैनलों की संख्या} = \frac{10^9}{5 \times 10^3} = 2 \times 10^5$$

15. 60 cm लम्बाई की ग्रेनाईट की एक छड़ को उसके मध्य से परिवर्द्ध करके उसमें अनुदैर्घ्य कम्पन उत्पन्न किये जाते हैं। ग्रेनाईट का घनत्व 2.7×10^3 kg/m³ तथा यंग प्रत्यास्थता गुणांक 9.27×10^{10} Pa है। अनुदैर्घ्य कम्पन की मूल आवृत्ति क्या होगी?

- (1) 10 kHz (2) 7.5 kHz
(3) 5 kHz (4) 2.5 kHz

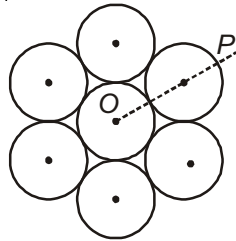
उत्तर (3)

हल $f_0 = \frac{V}{2L} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{Y}{\rho}} =$

$$\frac{1}{2 \times 0.6} \sqrt{\frac{9.27 \times 10^{10}}{2.7 \times 10^3}} = 4.88 \text{ kHz} \approx 5 \text{ kHz}$$

16. चित्रानुसार सात एक जैसी वृत्ताकार समतल डिस्कें, जिनमें प्रत्येक का द्रव्यमान M तथा त्रिज्या R है, को सममित रूप से जोड़ा जाता है। समतल के लम्बवत् तथा P से गुजरने वाली अक्ष के सापेक्ष, इस संयोजन का जड़त्व आघूर्ण है:

- (1) $\frac{73}{2} MR^2$
(2) $\frac{181}{2} MR^2$
(3) $\frac{19}{2} MR^2$
(4) $\frac{55}{2} MR^2$

**उत्तर (2)**

हल $I_0 = \frac{MR^2}{2} + 6 \left(\frac{MR^2}{2} + M(2R)^2 \right)$

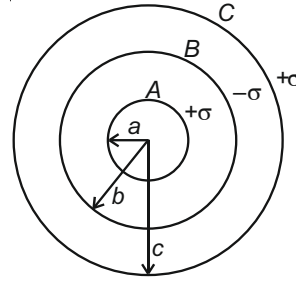
$$I_P = I_0 + 7M(3R)^2 = \frac{181}{2} MR^2$$

17. तीन संकेन्द्री धातु कोष A, B तथा C, जिनकी त्रिज्यायें क्रमशः a , b तथा c ($a < b < c$) हैं, का पृष्ठ-आवेश-घनत्व क्रमशः $+\sigma$, $-\sigma$ तथा $+\sigma$ हैं। कोष B का विभव होगा:

- (1) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{b^2 - c^2}{b} + a \right]$ (2) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{b^2 - c^2}{c} + a \right]$
(3) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{a^2 - b^2}{a} + c \right]$ (4) $\frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{a^2 - b^2}{b} + c \right]$

उत्तर (4)

हल



$$V_B = \left[\frac{\sigma 4\pi a^2}{4\pi\epsilon_0 b} - \frac{\sigma 4\pi b^2}{4\pi\epsilon_0 b} + \frac{\sigma 4\pi c^2}{4\pi\epsilon_0 c} \right]$$

$$V_B = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left[\frac{a^2 - b^2}{b} + c \right]$$

18. एक विभवमापी प्रयोग के दौरान पाया गया कि जब सेल के सिरों को विभवमापी तार के 52 cm लम्बाई के दोनों तरफ जोड़ा जाता है तो गैल्वनोमीटर में कोई धारा का प्रवाह नहीं होता है। यदि सेल को 5 Ω प्रतिरोध द्वारा शंट कर दिया जाये तो सेल के सिरों को तार के 40 cm लम्बाई के दोनों तरफ जोड़ने से संतुलन प्राप्त हो जाता है। सेल का आंतरिक प्रतिरोध होगा :

- (1) 2 Ω (2) 2.5 Ω
(3) 1 Ω (4) 1.5 Ω

उत्तर (4)

हल $\therefore E \propto I_1$

तथा $E - ir \propto I_2$

$$\therefore \frac{E}{E - ir} = \frac{I_1}{I_2}$$

$$\Rightarrow \frac{E}{E - \left(\frac{E}{r+5} \right) \times r} = \frac{52}{40} \Rightarrow \frac{r+5}{5} = \frac{13}{10}$$

$$\Rightarrow r = 1.5 \Omega$$

19. एक विद्युत चुम्बकीय तरंग हवा में किसी माध्यम में प्रवेश करती

है। उनके वैद्युत क्षेत्र $\vec{E}_1 = E_{01} \hat{x} \cos \left[2\pi v \left(\frac{z}{c} - t \right) \right]$ हवा में

एवं $\vec{E}_2 = E_{02} \hat{x} \cos [k(2z - ct)]$ माध्यम में है, जहाँ संचरण संख्या k तथा आवृत्ति v के मान हवा में हैं। माध्यम अचुम्बकीय है। यदि ϵ_{r1} तथा ϵ_{r2} क्रमशः हवा एवं माध्यम की सापेक्ष विद्युतशीलता हों, तो निम्न में से कौन सा विकल्प सत्य होगा?

- (1) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = \frac{1}{4}$ (2) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = \frac{1}{2}$
(3) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = 4$ (4) $\frac{\epsilon_{r1}}{\epsilon_{r2}} = 2$

उत्तर (1)

हल $\vec{E}_1 = E_{01} \hat{x} \cos \left[2\pi v \left(\frac{z}{c} - t \right) \right]$ वायु

$\vec{E}_2 = E_{02} \hat{x} \cos [k(2z - ct)]$ माध्यम

अपवर्तन के दौरान, आवृत्ति अपरिवर्तित रहती है, जबकि तरंगदैर्घ्य परिवर्तित होती है।

$\therefore k' = 2k$ (समीकरणों से)

$\Rightarrow \frac{2\pi}{\lambda'} = 2 \left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \right)$

$\Rightarrow \lambda' = \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow v = \frac{c}{2}$

$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_2}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_1}} \Rightarrow \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{1}{4}$

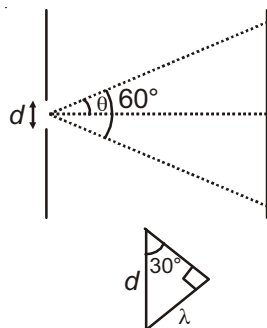
20. किसी एकल झिरी विवर्तन पैटर्न के केंद्रीय उच्चिष्ठ की कोणीय चौड़ाई 60° है। झिरी की चौड़ाई $1 \mu\text{m}$ है। झिरी को एकवर्णीय समतल तरंग से प्रकाशित करते हैं। यदि उसी चौड़ाई की एक नयी झिरी पुरानी झिरी के पास बना दी जाय तो झिरियों से 50 cm दूर रखे पर्दे पर Young की फ्रिंजें देखी जा सकती हैं। यदि फ्रिंजों की चौड़ाई 1 cm हो तो झिरियों के केंद्रों के बीच की दूरी होगी:

(अर्थात् प्रत्येक स्लिट के केंद्रों के मध्य दूरी)

- (1) $75 \mu\text{m}$ (2) $100 \mu\text{m}$
(3) $25 \mu\text{m}$ (4) $50 \mu\text{m}$

उत्तर (3)

हल $d \sin \theta = \lambda$



$\lambda = \frac{d}{2}$ $[d = 1 \times 10^{-6} \text{ m}] \Rightarrow \lambda = 5000 \text{ \AA}$

फ्रिंज चौड़ाई, $B = \frac{\lambda D}{d'}$ (d' स्लिटों के मध्य दूरी)

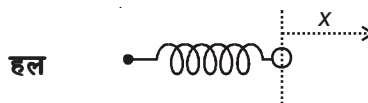
$10^{-2} = \frac{5000 \times 10^{-10} \times 0.5}{d'}$

$\Rightarrow d' = 25 \times 10^{-6} \text{ m} = 25 \mu\text{m}$

21. किसी ठोस में चांदी का एक परमाणु $10^{12}/\text{sec}$ की आवृत्ति से किसी दिशा में सरल आवर्त गति करता है। एक परमाणु को दूसरे परमाणु से जोड़ने वाले बंध का बल नियतांक कितना होगा? (चांदी का आण्विक भार = 108 और अवागाद्रो (Avagadro) संख्या = $6.02 \times 10^{23} \text{ gm mole}^{-1}$)

- (1) 2.2 N/m (2) 5.5 N/m
(3) 6.4 N/m (4) 7.1 N/m

उत्तर (4)



हल

$Kx = ma \Rightarrow a = (K/m)x$

$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{K}}$

$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}} = 10^{12} = \frac{1}{4\pi^2} \times \frac{K}{m} = 10^{24}$

$K = 4\pi^2 m \times 10^{24} = \frac{4 \times 10 \times 108 \times 10^{-3}}{6.02 \times 10^{23}} \times 10^{24} = 7.1 \text{ N/m}$

22. R त्रिज्या तथा $9M$ द्रव्यमान के एकसमान गोलाकार डिस्क से

$\frac{R}{3}$ त्रिज्या का एक छोटा गोलाकार डिस्क काट कर निकाल

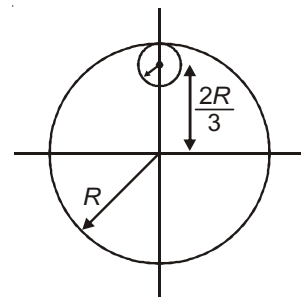
लिया जाता है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। डिस्क के सतह के लम्बवत् एवं उसके केन्द्र से गुजरने वाले अक्ष के सापेक्ष बची हुई डिस्क का जड़त्व आघूर्ण होगा:

(1) $10MR^2$

(2) $\frac{37}{9}MR^2$

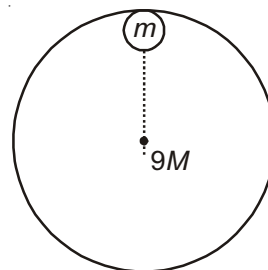
(3) $4MR^2$

(4) $\frac{40}{9}MR^2$



उत्तर (3)

हल



$m = \frac{(9M)}{9} = M$

$$I_1 = \frac{(9M) \times R^2}{2}$$

$$I_2 = \frac{M \times \left(\frac{R}{3}\right)^2}{2} + M \times \left(\frac{2R}{3}\right)^2 = \frac{MR^2}{2}$$

$$\therefore I_{\text{req}} = I_1 - I_2 = \frac{9}{2}MR^2 - \frac{MR^2}{2} = 4MR^2$$

23. एक एकरेखीय संघट्ट (Colinear collision) में, आरम्भिक चाल v_0 का एक कण समान द्रव्यमान के एक दूसरे रुके हुए कण से टकराता है। यदि कुल अन्तिम गतिज ऊर्जा, आरम्भिक गतिज ऊर्जा से 50% ज्यादा हो तो टक्कर के बाद दोनों कणों के सापेक्ष गति का परिमाण होगा:

- (1) $\frac{v_0}{2}$ (2) $\frac{v_0}{\sqrt{2}}$
 (3) $\frac{v_0}{4}$ (4) $\sqrt{2}v_0$

उत्तर (4)

हल यह अतिप्रत्यास्थ टक्कर की स्थिति है

$$mv_0 = mv_1 + mv_2 \quad \dots(i)$$

$$\Rightarrow v_1 + v_2 = v_0$$

$$\frac{1}{2}m(v_1^2 + v_2^2) = \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}mv_0^2\right)$$

$$\Rightarrow (v_1^2 + v_2^2) = \frac{3}{2}v_0^2 \quad \dots(ii)$$

$$\Rightarrow (v_1 + v_2)^2 = v_1^2 + v_2^2 + 2v_1v_2$$

$$\Rightarrow v_0^2 = \frac{3v_0^2}{2} + 2v_1v_2$$

$$\Rightarrow 2v_1v_2 = -\frac{v_0^2}{2} \quad \dots(iii)$$

$$\therefore (v_1 - v_2)^2 = (v_1 + v_2)^2 - 4v_1v_2$$

$$= v_0^2 + v_0^2$$

$$\Rightarrow v_1 - v_2 = \sqrt{2}v_0$$

24. धारा I वाले एक वृत्ताकार पाश का द्विध्रुव आघूर्ण m तथा उसके केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र B_1 है। धारा स्थिर रखते हुए द्विध्रुव आघूर्ण को दोगुना करने पर, पाश के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र B_2 हो जाता है। अनुपात $\frac{B_1}{B_2}$ होगा:

- (1) $\sqrt{2}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 (3) 2 (4) $\sqrt{3}$

उत्तर (1)

$$\text{हल } m = I(\pi R^2), \quad m' = 2m = I \times (\pi\sqrt{2}R)^2$$

$$\therefore R' = \sqrt{2}R$$

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

$$B_2 = \frac{\mu_0 I}{2 \times (\sqrt{2}R)}$$

$$\therefore \frac{B_1}{B_2} = \sqrt{2}$$

25. घन की आकृति वाले किसी पदार्थ का घनत्व, उसकी तीन भुजाओं एवं द्रव्यमान को माप कर, निकाला जाता है। यदि द्रव्यमान एवं लम्बाई को मापने में सापेक्ष त्रुटियाँ क्रमशः 1.5% तथा 1% हो तो घनत्व को मापने में अधिकतम त्रुटि होगी:

- (1) 4.5% (2) 6%
 (3) 2.5% (4) 3.5%

उत्तर (1)

$$\text{हल } \rho = \frac{m}{l^3}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \frac{dm}{m} + 3\frac{dl}{l} = (1.5 + 3 \times 1) = 4.5\%$$

26. प्रतिरोधों को बदलने से, मीटर सेतु का संतुलन बिंदु 10 cm बाँयी तरफ खिसक जाता है। उनके श्रेणी क्रम संयोजन का प्रतिरोध 1 kΩ है। प्रतिरोधों को बदलने से पहले बाँये तरफ के खाँचे का प्रतिरोध कितना था?

- (1) 550 Ω
 (2) 910 Ω
 (3) 990 Ω
 (4) 505 Ω

उत्तर (1)

$$\text{हल } \frac{R_1}{R_2} = \frac{l}{(100-l)}$$

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{(l-10)}{(110-l)}$$

$$(100-l)(110-l) = l(l-10)$$

$$11000 + l^2 - 210l = l^2 - 10l$$

$$\Rightarrow l = 55 \text{ cm}$$

$$R_1 = R_2 \left(\frac{55}{45} \right)$$

$$R_1 + R_2 = 1000 \Omega$$

$$R_1 = 550 \Omega$$

27. एक a.c. परिपथ के विद्युत वाहक बल तथा धारा का तात्क्षणिक मान निम्नलिखित समीकरणों से दिया गया है

$$e = 100 \sin 30t$$

$$i = 20 \sin \left(30t - \frac{\pi}{4} \right)$$

a.c. के एक पूर्ण चक्र में परिपथ द्वारा औसत शक्ति व्यय तथा वाटहीन धारा के मान, क्रमशः, हैं:

- (1) $\frac{50}{\sqrt{2}}, 0$
 (2) 50, 0
 (3) 50, 10
 (4) $\frac{1000}{\sqrt{2}}, 10$

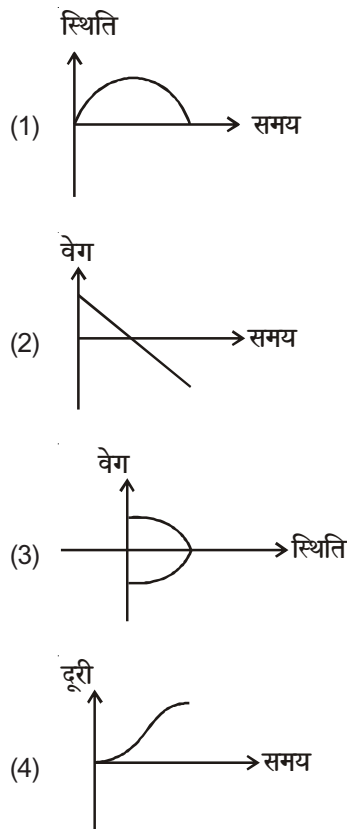
उत्तर (4)

हल $P_{av} = E_{rms} I_{rms} \cos \phi$

$$= \frac{100}{\sqrt{2}} \times \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1000}{\sqrt{2}}$$

$$i_{\text{वाटहीन}} = i_{rms} \sin \phi = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 10$$

28. दिये गये सारे ग्राफ एक ही गति को दर्शाते हैं। कोई एक ग्राफ उस गति को गलत तरीके से दर्शाता है। वह ग्राफ है :



उत्तर (4)

हल विकल्प (1), (2) तथा (3) एक सरल रेखा में धनात्मक प्रारम्भिक वेग तथा नियत ऋणात्मक त्वरण वाली एकसमान रूप से त्वरित गति के संगत हैं, जबकि विकल्प (4) इस गति के संगत नहीं है।

29. किसी एकपरमाणुक आदर्श गैस के 2 मोल 27°C तापमान पर V आयतन घेरते हैं। गैस का आयतन रूद्धोष्म प्रक्रम द्वारा फैल कर $2V$ हो जाता है। गैस के (a) अन्तिम तापमान का मान एवं (b) उसकी आन्तरिक ऊर्जा में परिवर्तन का मान होगा:

- (1) (a) 189 K (b) -2.7 kJ
 (2) (a) 195 K (b) 2.7 kJ
 (3) (a) 189 K (b) 2.7 kJ
 (4) (a) 195 K (b) -2.7 kJ

उत्तर (1)

हल $TV^{\gamma-1} = \text{नियत}$

$$T_f = 300 \left(\frac{V}{2V} \right)^{\frac{5}{3}-1} = 189 \text{ K}$$

$$\Delta U = nC_v \Delta T = 2 \times \frac{3R}{2} \times [189 - 300]$$

$$= -2.7 \text{ kJ}$$

30. एक कण R त्रिज्या के एक वृत्ताकार पथ पर किसी एक केन्द्रीय बल, जो कि R की n वीं घात के व्युत्क्रमानुपाती है, के अन्तर्गत घूमता है। यदि कण का आवर्त काल T हो, तो:

- (1) $T \propto R^{(n+1)/2}$
 (2) $T \propto R^{n/2}$
 (3) $T \propto R^{3/2}$, n के किसी भी मान के लिए
 (4) $T \propto R^{\frac{n}{2}+1}$

उत्तर (1)

हल $m\omega^2 R = k R^{-n} = \frac{k}{R^n}$

$$\Rightarrow \frac{1}{T^2} \propto \frac{1}{R^{n+1}}$$

$$\Rightarrow T \propto R^{\left(\frac{n+1}{2}\right)}$$

PART-B : Mathematics

31. यदि वक्र $x^2 = y - 6$ के बिंदु $(1, 7)$ पर बनी स्पर्शरेखा वृत्त $x^2 + y^2 + 16x + 12y + c = 0$ को स्पर्श करती है, तो c का मान है :

- (1) 85 (2) 95
(3) 195 (4) 185

उत्तर (2)

हल $(1, 7)$ पर वक्र $x^2 = y - 6$ की स्पर्श रेखा का समीकरण

$$x - 1 = \frac{1}{2}(y + 7) - 6$$

$$2x - y + 5 = 0 \quad \dots(i)$$

वृत्त का केन्द्र $= (-8, -6)$

$$\text{वृत्त की त्रिज्या} = \sqrt{64 + 36 - c} = \sqrt{100 - c}$$

$\therefore$ रेखा (i), वृत्त को स्पर्श करती है

$$\therefore \left| \frac{2(-8) - (-6) + 5}{\sqrt{4 + 1}} \right| = \sqrt{100 - c}$$

$$\sqrt{5} = \sqrt{100 - c}$$

$$\Rightarrow c = 95$$

32. यदि समतलों $2x - 2y + 3z - 2 = 0$, $x - y + z + 1 = 0$ की परिच्छेदी रेखा L_1 है तथा समतलों $x + 2y - z - 3 = 0$, $3x - y + 2z - 1 = 0$ की परिच्छेदी रेखा L_2 है, तो मूल बिंदु की दूरी उस समतल से जो रेखाओं L_1 और L_2 को अंतर्विष्ट करता है, है:

- (1) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ (2) $\frac{1}{\sqrt{2}}$
(3) $\frac{1}{4\sqrt{2}}$ (4) $\frac{1}{3\sqrt{2}}$

उत्तर (4)

हल $L_1, \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -2 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} = \hat{i} + \hat{j}$ के समान्तर है

$$L_2, \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = 3\hat{i} - 5\hat{j} - 7\hat{k} \text{ के समान्तर है}$$

इसी प्रकार, $L_2, \left(\frac{5}{7}, \frac{8}{7}, 0\right)$ से गुजरती है

$$\text{इसलिए अभीष्ट समतल} \begin{vmatrix} x - \frac{5}{7} & y - \frac{8}{7} & z \\ 1 & 1 & 0 \\ 3 & -5 & -7 \end{vmatrix} = 0 \text{ है}$$

$$\Rightarrow 7x - 7y + 8z + 3 = 0$$

$$\text{अब, लम्बवत दूरी} = \frac{3}{\sqrt{162}} = \frac{1}{3\sqrt{2}}$$

33. यदि $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$, समीकरण $x^2 - x + 1 = 0$ के विभिन्न मूल हैं, तो $\alpha^{101} + \beta^{107}$ बराबर हैं :

- (1) 1 (2) 2
(3) -1 (4) 0

उत्तर (1)

हल $x^2 - x + 1 = 0$

मूल are $-\omega, -\omega^2$ है

$$\text{माना } \alpha = -\omega, \beta = -\omega^2$$

$$\begin{aligned} \alpha^{101} + \beta^{107} &= (-\omega)^{101} + (-\omega^2)^{107} \\ &= -(\omega^{101} + \omega^{214}) \\ &= -(\omega^2 + \omega) \\ &= 1 \end{aligned}$$

34. एक अतिपरवलय $4x^2 - y^2 = 36$ के बिंदुओं P तथा Q पर स्पर्श रेखाएँ खींची जाती हैं। यदि यह स्पर्शरेखाएँ बिंदु $T(0, 3)$ पर काटती हैं, तो ΔPTQ का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) हैं :

- (1) $60\sqrt{3}$ (2) $36\sqrt{5}$
(3) $45\sqrt{5}$ (4) $54\sqrt{3}$

उत्तर (3)

हल स्पष्टतः PQ एक स्पर्श जीवा है

अर्थात्, PQ का समीकरण $T \equiv 0$ है

$$\Rightarrow y = -12$$

$$\text{वक्र के साथ हल करने पर, } 4x^2 - y^2 = 36$$

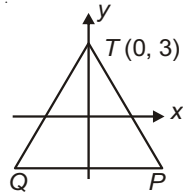
$$\Rightarrow x = \pm 3\sqrt{5}, y = -12$$

अर्थात्, $P(3\sqrt{5}, -12)$; $Q(-3\sqrt{5}, -12)$; $T(0, 3)$

ΔPQT का क्षेत्रफल

$$\Delta = \frac{1}{2} \times 6\sqrt{5} \times 15$$

$$= 45\sqrt{5}$$



35. यदि वक्र $y^2 = 6x$ तथा $9x^2 + by^2 = 16$ समकोण पर प्रतिच्छेद करते हैं, तो b का मान है:

- (1) 4 (2) $\frac{9}{2}$
(3) 6 (4) $\frac{7}{2}$

उत्तर (2)

हल $y^2 = 6x$; (x_1, y_1) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता $m_1 = \frac{3}{y_1}$ है

तथा $9x^2 + by^2 = 16$; (x_1, y_1) पर स्पर्श रेखा की प्रवणता

$$m_2 = \frac{-9x_1}{by_1}$$

चूँकि $m_1 m_2 = -1$

$$\Rightarrow \frac{-27x_1}{by_1^2} = -1$$

$$\Rightarrow b = \frac{9}{2} \text{ (चूँकि } y_1^2 = 6x_1)$$

36. यदि रैखिक समीकरण निकाय

$$x + ky + 3z = 0$$

$$3x + ky - 2z = 0$$

$$2x + 4y - 3z = 0$$

का एक शून्येतर हल (x, y, z) है, तो $\frac{x^2}{y^2}$ बराबर है :

- (1) -30 (2) 30
(3) -10 (4) 10

उत्तर (4)

हल $\therefore$ समीकरण के निकाय का अशून्य हल है।

$$\therefore \begin{vmatrix} 1 & k & 3 \\ 3 & k & -2 \\ 2 & 4 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow 44 - 4k = 0$$

$$\therefore k = 11$$

माना $z = \lambda$

$$\therefore x + 11y = -3\lambda$$

$$\text{तथा } 3x + 11y = 2\lambda$$

$$\therefore x = \frac{5\lambda}{2}, y = -\frac{\lambda}{2}, z = \lambda$$

$$\therefore \frac{xz}{y^2} = \frac{\frac{5\lambda}{2} \cdot \lambda}{\left(-\frac{\lambda}{2}\right)^2} = 10$$

37. माना $S = \{x \in \mathbb{R} : x \geq 0 \text{ तथा}$

$$2|\sqrt{x} - 3| + \sqrt{x}(\sqrt{x} - 6) + 6 = 0\}$$
 तो $S :$

(1) में मात्र दो अवयव हैं।

(2) में मात्र चार अवयव हैं।

(3) एक रिक्त समुच्चय है।

(4) में मात्र एक ही अवयव है।

उत्तर (1)

$$\text{हल } 2|\sqrt{x} - 3| + \sqrt{x}(\sqrt{x} - 6) + 6 = 0$$

$$2|\sqrt{x} - 3| + (\sqrt{x} - 3 + 3)(\sqrt{x} - 3 - 3) + 6 = 0$$

$$2|\sqrt{x} - 3| + (\sqrt{x} - 3)^2 - 3 = 0$$

$$(\sqrt{x} - 3)^2 + 2|\sqrt{x} - 3| - 3 = 0$$

$$(|\sqrt{x} - 3| + 3)(|\sqrt{x} - 3| - 1) = 0$$

$$\Rightarrow |\sqrt{x} - 3| = 1, |\sqrt{x} - 3| + 3 \neq 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} - 3 = \pm 1$$

$$\Rightarrow \sqrt{x} = 4, 2$$

$$x = 16, 4$$

38. यदि समीकरण

$$8 \cos x \cdot \left(\cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) - \frac{1}{2} \right) = 1$$

के अंतराल $[0, \pi]$ में सभी हलों का योग $k\pi$ है, तो k बराबर है:

- (1) $\frac{8}{9}$ (2) $\frac{20}{9}$
 (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{13}{9}$

उत्तर (4)

हल $8 \cos x \cdot \left(\cos^2 \frac{\pi}{6} - \sin^2 x - \frac{1}{2} \right) = 1$

$$\Rightarrow 8 \cos x \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} - 1 + \cos^2 x \right) = 1$$

$$\Rightarrow 8 \cos x \left(\frac{-3 + 4 \cos^2 x}{4} \right) = 1$$

$$\Rightarrow \cos 3x = 1$$

$$\Rightarrow \cos 3x = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 3x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3}, \frac{7\pi}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{\pi}{9}, \frac{5\pi}{9}, \frac{7\pi}{9}$$

$$\Rightarrow \text{Sum} = \frac{13\pi}{9}$$

$$\Rightarrow k = \frac{13}{9}$$

39. एक थैले में 4 लाल तथा 6 काली गेंदें हैं। थैले में से यादृच्छया एक गेंद निकाली गयी, तथा उसका रंग देखकर, उस गेंद को, दो अन्य उसी रंग की गेंदों के साथ वापिस थैले में डाल दिया गया। अब यदि थैले में से यादृच्छया एक गेंद निकाली जाए, तो प्रायिकता कि उस गेंद का रंग लाल है, है :

- (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{3}{4}$
 (3) $\frac{3}{10}$ (4) $\frac{2}{5}$

उत्तर (4)

हल E_1 : निकाली गई पहली गेंद लाल होने की घटना। E_2 : निकाली गई पहली गेंद काली होने की घटना। E : निकाली गई दूसरी गेंद लाल होने की घटना।

$$P(E) = P(E_1) \cdot P\left(\frac{E}{E_1}\right) + P(E_2) \cdot P\left(\frac{E}{E_2}\right)$$

$$= \frac{4}{10} \times \frac{6}{12} + \frac{6}{10} \times \frac{4}{12} = \frac{2}{5}$$

40. माना $f(x) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ तथा $g(x) = x - \frac{1}{x}$, $x \in R -$ $[-1, 0, 1]$ है। यदि $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ है, तो $h(x)$ का स्थानीय

न्यूनतम मान है:

- (1) $-2\sqrt{2}$ (2) $2\sqrt{2}$
 (3) 3 (4) -3

उत्तर (2)

हल $h(x) = \frac{x^2 + \frac{1}{x^2}}{x - \frac{1}{x}}$

$$= \left(x - \frac{1}{x}\right) + \frac{2}{\left(x - \frac{1}{x}\right)}$$

$$x - \frac{1}{x} > 0, \left(x - \frac{1}{x}\right) + \frac{2}{\left(x - \frac{1}{x}\right)} \in (2\sqrt{2}, \infty]$$

$$x - \frac{1}{x} < 0, \left(x - \frac{1}{x}\right) + \frac{2}{\left(x - \frac{1}{x}\right)} \in (-\infty, -2\sqrt{2}]$$

स्थानीय न्यूनतम मान $2\sqrt{2}$ है

41. दो समुच्चय A तथा B निम्न प्रकार के हैं

$$A = \{(a, b) \in R \times R : |a - 5| < 1 \text{ तथा } |b - 5| < 1\};$$

$$B = \{(a, b) \in R \times R : 4(a - 6)^2 + 9(b - 5)^2 \leq 36\},$$

तो :

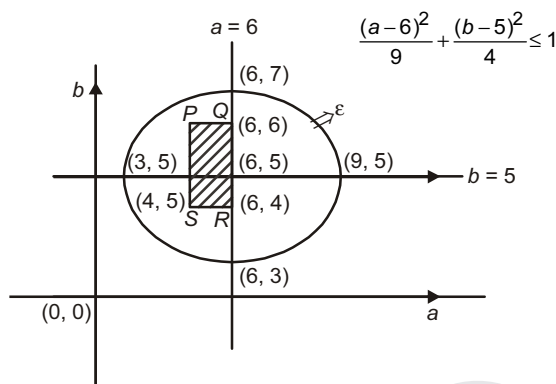
- (1) $A \cap B = \phi$ (एक रिक्त समुच्चय)
 (2) न तो $A \subset B$ और न ही $B \subset A$
 (3) $B \subset A$
 (4) $A \subset B$

उत्तर (4)

हल चूँकि, $|a - 5| < 1$ तथा $|b - 5| < 1$

$$\Rightarrow 4 < a, b < 6 \text{ तथा } \frac{(a-6)^2}{9} + \frac{(b-5)^2}{4} \leq 1$$

अक्षों को a -अक्ष तथा b -अक्ष के रूप में लेने पर



समुच्चय A समुच्चय B के अन्दर वर्ग $PQRS$ को निरूपित करता है जो दीर्घवृत्त को दर्शाता है अतः $A \subset B$.

42. बूले के व्यंजक

$\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ के समतुल्य है :

- (1) q (2) $\sim q$
(3) $\sim p$ (4) p

उत्तर (3)

हल $\sim(p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$

प्रगुण से, $(\sim p \wedge \sim q) \vee (\sim p \wedge q)$

$$= \sim p$$

43. परवलय $y^2 = 16x$ के एक बिंदु $P(16, 16)$ पर स्पर्शरेखा तथा अभिलंब खींचे जाते हैं जो परवलय के अक्ष को बिंदुओं क्रमशः A तथा B पर प्रतिच्छेद करते हैं। यदि बिंदुओं P, A तथा B से होकर जाने वाले वृत्त का केन्द्र C है तथा $\angle CPB = \theta$, तो $\tan \theta$ का एक मान है :

- (1) 3 (2) $\frac{4}{3}$
(3) $\frac{1}{2}$ (4) 2

उत्तर (4)

हल $y^2 = 16x$

$P(16, 16)$ पर स्पर्श रेखा $2y = x + 16$ है ... (1)

$P(16, 16)$ पर अभिलम्ब $y = -2x + 48$ है ... (2)

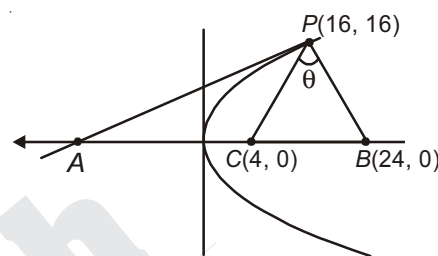
अर्थात्, $A, (-16, 0)$ है; $B, (24, 0)$ है

अब, वृत्त का केन्द्र $(4, 0)$ है

$$\text{अब, } m_{PC} = \frac{4}{3}$$

$$m_{PB} = -2$$

$$\text{अर्थात्, } \tan \theta = \left| \frac{\frac{4}{3} + 2}{1 - \frac{8}{3}} \right| = 2$$



44. यदि
$$\begin{vmatrix} x-4 & 2x & 2x \\ 2x & x-4 & 2x \\ 2x & 2x & x-4 \end{vmatrix} = (A+Bx)(x-A)^2 \text{ है, तो}$$

क्रमित युग्म (A, B) बराबर है :

- (1) $(-4, 5)$ (2) $(4, 5)$
(3) $(-4, -5)$ (4) $(-4, 3)$

उत्तर (1)

हल
$$\Delta = \begin{vmatrix} x-4 & 2x & 2x \\ 2x & x-4 & 2x \\ 2x & 2x & x-4 \end{vmatrix}$$

$x = -4$ सभी तीन पंक्ति समरूप निर्मित करता है

अतः $(x + 4)^2$ खण्ड होगा

तथा, $C_1 \rightarrow C_1 + C_2 + C_3$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 5x-4 & 2x & 2x \\ 5x-4 & x-4 & 2x \\ 5x-4 & 2x & x-4 \end{vmatrix}$$

$\Rightarrow 5x - 4$ एक खण्ड है

$$\Delta = \lambda(5x - 4)(x + 4)^2$$

$$\therefore B = 5, A = -4$$

45. $(x + \sqrt{x^3 - 1})^5 + (x - \sqrt{x^3 - 1})^5$, $(x > 1)$ के प्रसार में सभी विषम घातों वाले पदों के गुणांकों का योग है :

- (1) 1 (2) 2
(3) -1 (4) 0

उत्तर (2)

हल $(x + \sqrt{x^3 - 1})^5 + (x - \sqrt{x^3 - 1})^5$

$$= 2 \left[{}^5C_0 x^5 + {}^5C_2 x^3 (x^3 - 1) + {}^5C_4 x (x^3 - 1)^2 \right]$$

$$= 2 \left[x^5 + 10(x^6 - x^3) + 5x(x^6 - 2x^3 + 1) \right]$$

$$= 2 \left[x^5 + 10x^6 - 10x^3 + 5x^7 - 10x^4 + 5x \right]$$

$$= 2 \left[5x^7 + 10x^6 + x^5 - 10x^4 - 10x^3 + 5x \right]$$

विषम घात वाले पदों के गुणांकों का योगफल

$$= 2(5 + 1 - 10 + 5)$$

$$= 2$$

46. माना $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{49}$ एक समांतर श्रेणी में ऐसे हैं कि

$$\sum_{k=0}^{12} a_{4k+1} = 416 \text{ तथा } a_9 + a_{43} = 66 \text{ है। यदि}$$

$$a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{17}^2 = 140m \text{ है, तो } m \text{ बराबर है}$$

- (1) 34 (2) 33
(3) 66 (4) 68

उत्तर (1)

हल माना $a_1 = a$ तथा सार्व अन्तर $= d$

$$\text{दिया है कि, } a_1 + a_5 + a_9 + \dots + a_{49} = 416$$

$$\Rightarrow a + 24d = 32 \quad \dots(i)$$

$$\text{तथा, } a_9 + a_{43} = 66 \Rightarrow a + 25d = 33 \quad \dots(ii)$$

(i) व (ii) हल करने पर

$$\text{यहाँ } d = 1, a = 8$$

$$\text{अब, } a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_{17}^2 = 140m$$

$$\Rightarrow 8^2 + 9^2 + \dots + 24^2 = 140m$$

$$\Rightarrow \frac{24 \times 25 \times 49}{6} - \frac{7 \times 8 \times 15}{6} = 140m$$

$$\Rightarrow \boxed{m = 34}$$

47. एक सरल रेखा, जो एक अचर बिंदु $(2, 3)$ से होकर जाती है, निर्देशांक अक्षों को दो विभिन्न बिन्दुओं P तथा Q पर प्रतिच्छेद करती है। यदि O मूल बिंदु है तथा आयत $OPRQ$ को पूरा किया जाता है तो R का बिंदुपथ है

$$(1) 3x + 2y = xy$$

$$(2) 3x + 2y = 6xy$$

$$(3) 3x + 2y = 6$$

$$(4) 2x + 3y = xy$$

उत्तर (1)

हल माना रेखा का समीकरण $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ है ... (i)

(i) निश्चित बिंदु $(2, 3)$ से गुजरती है

$$\Rightarrow \frac{2}{a} + \frac{3}{b} = 1 \quad \dots(ii)$$

$P(a, 0), Q(0, b), O(0, 0)$, माना $R(h, k)$,

$Q(0, b) \quad R(h, k)$



$O(0, 0) \quad P(a, 0)$

OR का मध्य बिंदु $\left(\frac{h}{2}, \frac{k}{2}\right)$ है

PQ का मध्य बिंदु $\left(\frac{a}{2}, \frac{b}{2}\right)$ है $\Rightarrow h = a, k = b \dots (iii)$

(ii) व (iii) से,

$$\frac{2}{h} + \frac{3}{k} = 1 \Rightarrow R(h, k) \text{ का बिंदुपथ}$$

$$\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 1 \Rightarrow 3x + 2y = xy$$

48. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x}{1 + 2^x} dx$ का मान है:

$$(1) 4\pi$$

$$(2) \frac{\pi}{4}$$

$$(3) \frac{\pi}{8}$$

$$(4) \frac{\pi}{2}$$

उत्तर (2)

$$\text{हल } I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin^2 x dx}{1+2^x} \quad \dots (i)$$

$$\text{तथा, } I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2^x \sin^2 x dx}{1+2^x} \quad \dots (ii)$$

(i) व (ii) का योग करने पर

$$2I = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx$$

$$2I = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx \Rightarrow I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx \quad \dots (iii)$$

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx \quad \dots (iv)$$

(iii) व (iv) का योग करने पर

$$2I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dx = \frac{\pi}{2} \Rightarrow I = \frac{\pi}{4}$$

49. माना $g(x) = \cos x^2$, $f(x) = \sqrt{x}$, तथा α, β ($\alpha < \beta$)

द्विघाती समीकरण $18x^2 - 9\pi x + \pi^2 = 0$ के मूल हैं। तो वक्र $y = (g \circ f)(x)$ तथा रेखाओं $x = \alpha$, $x = \beta$ तथा $y = 0$ द्वारा घिरे क्षेत्र का क्षेत्रफल (वर्ग इकाइयों में) है:

(1) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

(2) $\frac{1}{2}(\sqrt{2} - 1)$

(3) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1)$

(4) $\frac{1}{2}(\sqrt{3} + 1)$

उत्तर (3)

$$\text{हल } 18x^2 - 9\pi x + \pi^2 = 0$$

$$(6x - \pi)(3x - \pi) = 0$$

$$\therefore x = \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{6}, \beta = \frac{\pi}{3}$$

$$y = (g \circ f)(x) = \cos x$$

$$\text{क्षेत्रफल} = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \cos x dx = (\sin x) \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}$$

$$= \frac{1}{2}(\sqrt{3} - 1) \text{ वर्ग इकाई}$$

50. प्रत्येक $t \in \mathbb{R}$ के लिए माना $[t]$, t अथवा t से छोटा महत्तम पूर्णांक है, तो

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \left(\left[\frac{1}{x} \right] + \left[\frac{2}{x} \right] + \dots + \left[\frac{15}{x} \right] \right)$$

(1) 120 के बराबर है।

(2) $(\mathbb{R})$ में इसका अस्तित्व नहीं है।

(3) 0 के बराबर है।

(4) 15 के बराबर है।

उत्तर (1)

$$\text{हल चूँकि } \frac{1}{x} - 1 < \left[\frac{1}{x} \right] \leq \frac{1}{x}$$

$$\frac{2}{x} - 1 < \left[\frac{2}{x} \right] \leq \frac{2}{x}$$

$$\sum_{r=1}^{15} \left(\frac{r}{x} - 1 \right) < \sum_{r=1}^{15} \left(\frac{r}{x} \right) \leq \sum_{r=1}^{15} \frac{r}{x}$$

$$120 < \lim_{x \rightarrow 0^+} x \left(\sum_{r=1}^{15} \left[\frac{r}{x} \right] \right) \leq 120$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} x \left(\left[\frac{1}{x} \right] + \left[\frac{2}{x} \right] + \dots + \left[\frac{15}{x} \right] \right) = 120$$

51. यदि $\sum_{i=1}^9 (x_i - 5) = 9$ तथा $\sum_{i=1}^9 (x_i - 5)^2 = 45$ है, तो नौ

प्रेक्षणों $x_1, x_2, \dots, x_9$ का मानक विचलन है :

- (1) 2 (2) 3
(3) 9 (4) 4

उत्तर (1)

हल $x_i - 5$ का मानक विचलन

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^9 (x_i - 5)^2}{9} - \left(\frac{\sum_{i=1}^9 (x_i - 5)}{9} \right)^2}$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{5 - 1} = 2$$

चूँकि, मानक विचलन नियत रहता है यदि प्रेक्षणों का एक निश्चित राशि से योगफल/व्यवकलन किया जाए

इसलिए, x_i का σ , 2 है

52. समाकल

$$\int \frac{\sin^2 x \cos^2 x}{(\sin^5 x + \cos^3 x \sin^2 x + \sin^3 x \cos^2 x + \cos^5 x)} dx \text{ बराबर है:}$$

- (1) $\frac{1}{1 + \cot^3 x} + C$ (2) $\frac{-1}{1 + \cot^3 x} + C$
(3) $\frac{1}{3(1 + \tan^3 x)} + C$ (4) $\frac{-1}{3(1 + \tan^3 x)} + C$

(जहाँ C एक समाकलन अचर है)

उत्तर (4)

$$\text{हल } I = \int \frac{\sin^2 x \cdot \cos^2 x \, dx}{\{(\sin^2 x + \cos^2 x)(\sin^3 x + \cos^3 x)\}^2}$$

अंश व हर में $\cos^6 x$ से भाग देने पर

$$\Rightarrow I = \int \frac{\tan^2 x \sec^2 x \, dx}{(1 + \tan^3 x)^2}$$

माना, $\tan^3 x = z$

$$\Rightarrow 3 \tan^2 x \cdot \sec^2 x \, dx = dz$$

$$I = \frac{1}{3} \int \frac{dz}{z^2} = \frac{-1}{3z} + C$$

$$= \frac{-1}{3(1 + \tan^3 x)} + C$$

53. माना $S = \{t \in R : f(x) = |x - \pi| \cdot (e^{|x|} - 1) \sin |x| \text{ जो } t \text{ पर अवकलनीय नहीं है}\}$ तो समुच्चय S बराबर है

- (1) $\{\pi\}$
(2) $\{0, \pi\}$
(3) $\emptyset$ (एक रिक्त समुच्चय)
(4) $\{0\}$

उत्तर (3)

$$\text{हल } f(x) = |x - \pi| \cdot (e^{|x|} - 1) \sin |x|$$

$x = \pi, 0$ पुनरावर्त मूल हैं तथा सतत् भी है।

अतः, x के सभी मानों पर 'f' अवकलनीय है।

54. माना अवकल समीकरण

$$\sin x \frac{dy}{dx} + y \cos x = 4x, x \in (0, \pi) \text{ का } y = y(x) \text{ एक हल}$$

है। यदि $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ है, तो $y\left(\frac{\pi}{6}\right)$ बराबर है

- (1) $-\frac{8}{9}\pi^2$ (2) $-\frac{4}{9}\pi^2$
(3) $\frac{4}{9\sqrt{3}}\pi^2$ (4) $\frac{-8}{9\sqrt{3}}\pi^2$

उत्तर (1)

$$\text{हल } \sin x \frac{dy}{dx} + y \cos x = 4x, x \in (0, \pi)$$

$$\frac{dy}{dx} + y \cot x = \frac{4x}{\sin x}$$

$$\therefore \text{I.F.} = e^{\int \cot x \, dx} = \sin x$$

$\therefore$ हल दिया गया है :

$$y \sin x = \int \frac{4x}{\sin x} \cdot \sin x \, dx$$

$$y \cdot \sin x = 2x^2 + c$$

$$\text{जब } x = \frac{\pi}{2}, y = 0 \Rightarrow c = -\frac{\pi^2}{2}$$

$$\therefore \text{ समीकरण : } y \sin x = 2x^2 - \frac{\pi^2}{2} \text{ है}$$

$$\text{जब } x = \frac{\pi}{6} \text{ तब } y \cdot \frac{1}{2} = 2 \cdot \frac{\pi^2}{36} - \frac{\pi^2}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{8\pi^2}{9}$$

55. माना $\vec{u}$ एक ऐसा सदिश है जो सदिश $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}$ तथा $\vec{b} = \hat{j} + \hat{k}$ के साथ समतलीय है। यदि $\vec{u}, \vec{a}$ पर लंबवत है तथा $\vec{u} \cdot \vec{b} = 24$ है, तो $|\vec{u}|^2$ बराबर है:

- (1) 256 (2) 84
(3) 336 (4) 315

उत्तर (3)

हल स्पष्टतः, $\vec{u} = \lambda(\vec{a} \times (\vec{a} \times \vec{b}))$

$$\Rightarrow \vec{u} = \lambda((\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{a} - |\vec{a}|^2 \vec{b})$$

$$\Rightarrow \vec{u} = \lambda(2\vec{a} - 14\vec{b}) = 2\lambda\{(2\hat{i} + 3\hat{j} - \hat{k}) - 7(\hat{j} + \hat{k})\}$$

$$\Rightarrow \vec{u} = 2\lambda(2\hat{i} - 4\hat{j} - 8\hat{k})$$

$$\text{चूँकि, } \vec{u} \cdot \vec{b} = 24$$

$$\Rightarrow 4\lambda(\hat{i} - 2\hat{j} - 4\hat{k}) \cdot (\hat{j} + \hat{k}) = 24$$

$$\Rightarrow \lambda = -1$$

$$\text{इसलिए, } \vec{u} = -4(\hat{i} - 2\hat{j} - 4\hat{k})$$

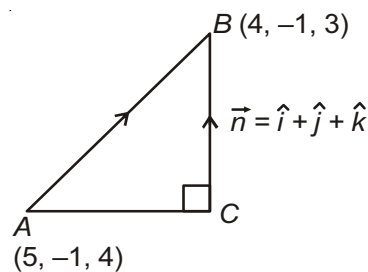
$$\Rightarrow |\vec{u}|^2 = 336$$

56. बिंदुओं $(5, -1, 4)$ तथा $(4, -1, 3)$ को मिलाने वाले रेखाखंड का समतल $x + y + z = 7$ पर डाले गए प्रक्षेप की लंबाई है:

- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{\sqrt{2}}{3}$
(3) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (4) $\frac{2}{3}$

उत्तर (2)

हल



समतल $x + y + z = 7$ का अभिलम्ब $\vec{n} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ है

$$\vec{AB} = -\hat{i} - \hat{k} \Rightarrow |\vec{AB}| = AB = \sqrt{2}$$

$$BC = \vec{n} \text{ पर } \vec{AB} \text{ के प्रक्षेप की लम्बाई} = |\vec{AB} \cdot \hat{n}|$$

$$= \left| (-\hat{i} - \hat{k}) \cdot \frac{(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})}{\sqrt{3}} \right| = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

समतल पर रेखाखण्ड के प्रक्षेप की लम्बाई AC है

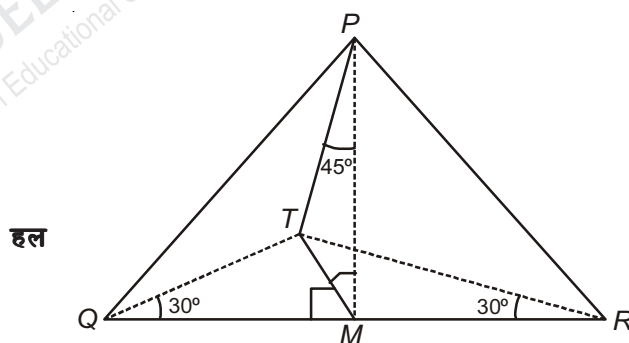
$$AC^2 = AB^2 - BC^2 = 2 - \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$AC = \sqrt{\frac{2}{3}}$$

57. PQR एक त्रिकोणाकार पार्क है जिसमें $PQ = PR = 200$ मी. है। QR के मध्य बिंदु पर एक टीवी टावर स्थित है। यदि बिंदुओं P, Q, R से टावर के शिखर के उन्नयन कोण क्रमशः 45° , 30° तथा 30° हैं, तो टावर की ऊँचाई (मी. में) है :

- (1) $100\sqrt{3}$
(2) $50\sqrt{2}$
(3) 100
(4) 50

उत्तर (3)



हल

माना टावर TM की ऊँचाई h है

$$\therefore PM = h$$

$$\Delta TQM \text{ में, } \tan 30^\circ = \frac{h}{QM}$$

$$QM = \sqrt{3}h$$

$$\Delta PMQ \text{ में, } PM^2 + QM^2 = PQ^2$$

$$h^2 + (\sqrt{3}h)^2 = 200^2$$

$$\Rightarrow 4h^2 = 200^2$$

$$\Rightarrow h = 100 \text{ m}$$

58. 6 भिन्न उपन्यासों तथा 3 भिन्न शब्दकोशों में से 4 उपन्यासों तथा 1 शब्दकोश को चुनकर एक पक्कि में एक शैल्फ इस प्रकार सजाया जाना है कि शब्दकोश सदा मध्य में हो। इस प्रकार के विन्यासों (arrangements) की संख्या है :

- (1) कम से कम 500 लेकिन 750 से कम
- (2) कम से कम 750 लेकिन 1000 से कम
- (3) कम से कम 1000
- (4) 500 से कम

उत्तर (3)

हल 6 उपन्यासों में से 4 उपन्यासों के चयन के तरीकों की संख्या = 6C_4

3 शब्दकोशों में से 1 शब्दकोश के चयन के तरीकों की संख्या = 3C_1

अपेक्षित विन्यास = ${}^6C_4 \times {}^3C_1 \times 4! = 1080$

$\Rightarrow$ कम से कम 1000

59. माना श्रेणी $1^2 + 2.2^2 + 3^2 + 2.4^2 + 5^2 + 2.6^2 + \dots$ के प्रथम 20 पदों का योग A है तथा प्रथम 40 पदों का योग B है।

यदि $B - 2A = 100\lambda$, तो λ बराबर है

- (1) 464
- (2) 496
- (3) 232
- (4) 248

उत्तर (4)

हल $A = 1^2 + 2.2^2 + 3^2 + \dots + 2.20^2$

$$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2) + 4(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 10^2)$$

$$= \frac{20 \times 21 \times 41}{6} + \frac{4 \times 10 \times 11 \times 21}{6}$$

$$= 2870 + 1540 = 4410$$

$$B = 1^2 + 2.2^2 + 3^2 + \dots + 2.40^2$$

$$= (1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 40^2) + 4(1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 20^2)$$

$$= \frac{40 \times 41 \times 81}{6} + \frac{4 \times 20 \times 21 \times 41}{6}$$

$$= 22140 + 11480 = 33620$$

$$\Rightarrow B - 2A = 33620 - 8820 = 24800$$

$$\Rightarrow 100\lambda = 24800$$

$$\lambda = 248$$

60. माना एक त्रिभुज का लंब केन्द्र तथा केन्द्रक क्रमशः $A(-3, 5)$ तथा $B(3, 3)$ हैं। यदि इस त्रिभुज का परिकेन्द्र C है, तो रेखाखंड AC को व्यास मान कर बनाए जाने वाले वृत्त की त्रिज्या है :

$$(1) 3\sqrt{\frac{5}{2}}$$

$$(2) \frac{3\sqrt{5}}{2}$$

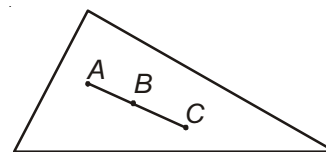
$$(3) \sqrt{10}$$

$$(4) 2\sqrt{10}$$

उत्तर (1)

हल $A(-3, 5)$

$B(3, 3)$



इसलिए, $AB = 2\sqrt{10}$

अब, चूँकि, $AC = \frac{3}{2}AB$

इसलिए, त्रिज्या = $\frac{3}{4}AB = \frac{3}{2}\sqrt{10} = 3\sqrt{\frac{5}{2}}$

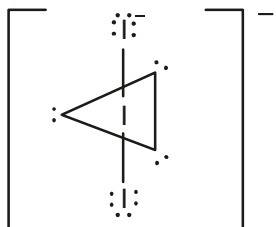
PART-C : CHEMISTRY

61. I_3^- आयन में इलेक्ट्रॉनों के एकाकी युग्म की कुल संख्या होगी

- (1) 9 (2) 12
(3) 3 (4) 6

उत्तर (1)

हल I_3^- की संरचना निम्न है

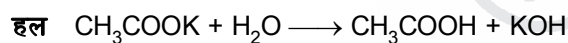


I_3^- में एकाकी युग्म की संख्या = 9.

62. निम्न लवणों में कौन सा जलीय विलयन में सर्वाधिक क्षारीय है?

- (1) $FeCl_3$ (2) $Pb(CH_3COO)_2$
(3) $Al(CN)_3$ (4) CH_3COOK

उत्तर (4)



क्षार

$FeCl_3$ – अम्लीय विलयन

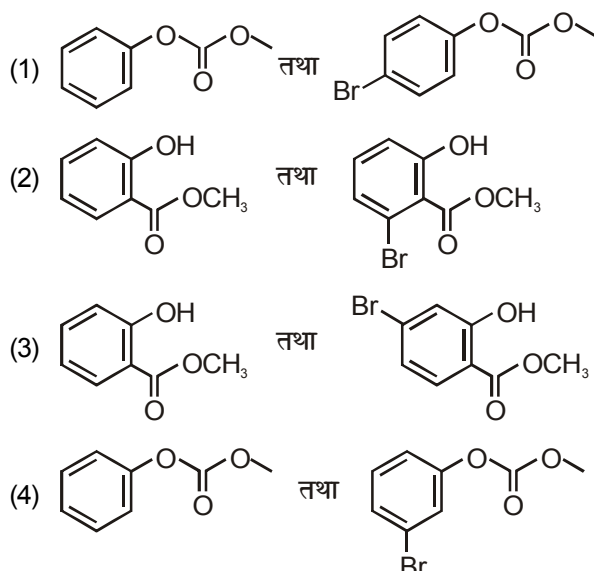
$Al(CN)_3$ – दुर्बल अम्ल व दुर्बल क्षार का लवण

$Pb(CH_3COO)_2$ – दुर्बल अम्ल तथा दुर्बल क्षार का लवण

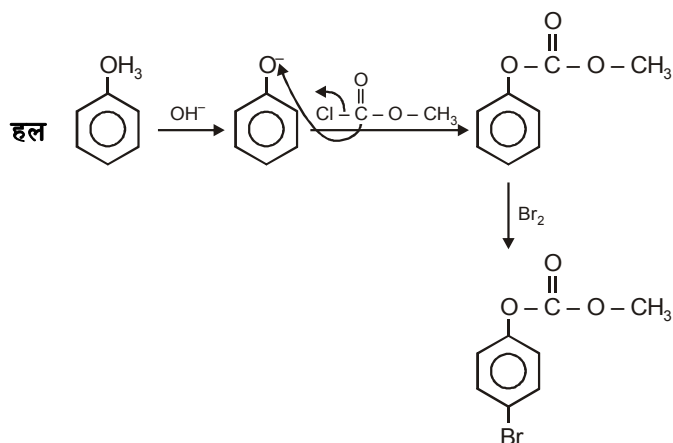
CH_3COOK दुर्बल अम्ल तथा प्रबल क्षार का लवण है

अतः CH_3COOK का विलयन क्षारीय होगा।

63. $NaOH$ की उपस्थिति में फेनॉल, मेथिल क्लोरोफॉर्मेट से अभिक्रिया करके A उत्पाद बनाता है। A, Br_2 के साथ अभिक्रिया करके उत्पाद B देता है। A तथा B क्रमशः हैं :

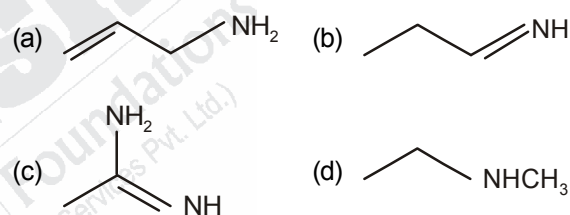


उत्तर (1)



अतः विकल्प (1) सही है।

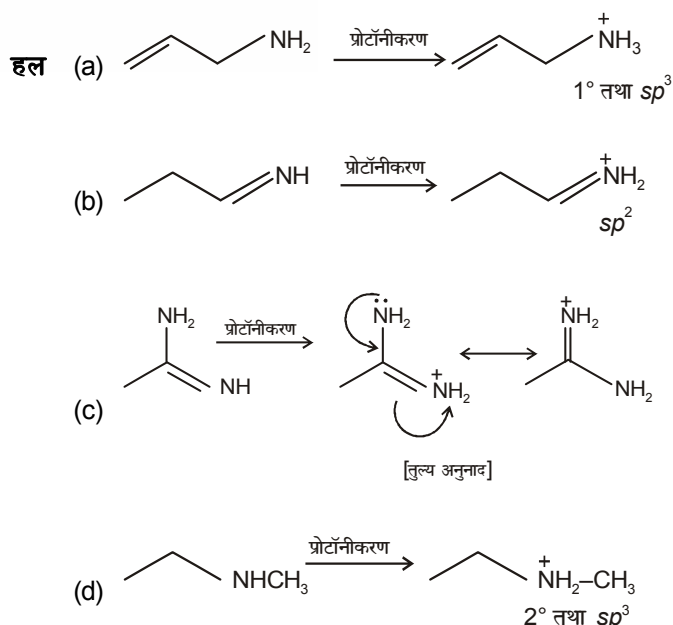
64. निम्न यौगिकों की क्षारीयता का बढ़ता क्रम है :



(1) (b) < (a) < (d) < (c) (2) (d) < (b) < (a) < (c)

(3) (a) < (b) < (c) < (d) (4) (b) < (a) < (c) < (d)

उत्तर (1)



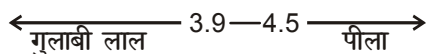
∴ क्षारकता का सही क्रम : b < a < d < c.

65. मेथिल ऑरेंज को एक सूचक के रूप में प्रयोग करके, एक क्षार को एक अम्ल के विरुद्ध अनुमापित किया जाता है। निम्न में से कौनसा एक सही संयोग है?

क्षार	अम्ल	अन्त्य बिन्दु
(1) दुर्बल	प्रबल	पीले से गुलाबी लाल
(2) प्रबल	प्रबल	गुलाबी से रंगहीन
(3) दुर्बल	प्रबल	रंगहीन से गुलाबी
(4) प्रबल	प्रबल	गुलाबी लाल से पीला

उत्तर (1)

हल मेथिल ऑरेंज की pH परास निम्न होती है

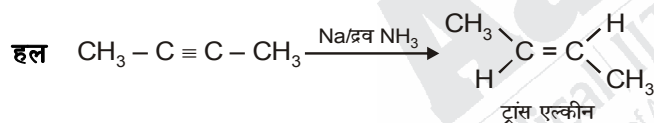


दुर्बल क्षार की pH 7 से अधिक है। जब दुर्बल क्षार के विलयन में मेथिल ऑरेंज मिलाया जाता है तो विलयन पीला हो जाता है। इस विलयन का अनुमापन प्रबल अम्ल के साथ करने पर अन्तिम बिन्दु पर pH 3.1 से कम हो जाती है। अतः विलयन गुलाबी लाल हो जाता है।

66. निम्न में से किसके साथ एल्काइनों के अपचयन द्वारा ट्रांस-एल्कीन्स बनते हैं?

- (1) Na/liq. NH_3 (2) Sn - HCl
(3) H_2 - Pd/C, BaSO_4 (4) NaBH_4

उत्तर (1)



अतः विकल्प (1) सही है।

67. एक कार्बनिक यौगिक ($\text{C}_x\text{H}_y\text{O}_z$) में C तथा H के संहति प्रतिशतता का अनुपात 6 : 1 है। यदि उपरोक्त यौगिक के एक अणु में ऑक्सीजन की मात्रा, यौगिक C_xH_y के एक अणु को पूर्ण रूप से जलाकर CO_2 तथा H_2O में बदलने वाली ऑक्सीजन की मात्रा की आधी है। यौगिक $\text{C}_x\text{H}_y\text{O}_z$ का मूलानुपाती सूत्र है :

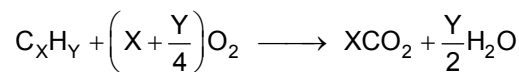
- (1) $\text{C}_3\text{H}_4\text{O}_2$ (2) $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}_3$
(3) $\text{C}_3\text{H}_6\text{O}_3$ (4) $\text{C}_2\text{H}_4\text{O}$

उत्तर (2)

हल	तत्व	सापेक्षिक द्रव्यमान	सापेक्षिक मोल	सरलतम पूर्ण संख्या अनुपात
	C	6	$\frac{6}{12} = 0.5$	1
	H	1	$\frac{1}{1} = 1$	2

अतः, X = 1, Y = 2

C_xH_y के दहन की समीकरण



आवश्यक ऑक्सीजन परमाणु = $2\left(x + \frac{y}{4}\right)$

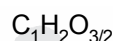
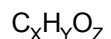
दी गयी सूचना के आधार पर,

$$2\left(x + \frac{y}{4}\right) = 2Z$$

$$\Rightarrow \left(1 + \frac{2}{4}\right) = Z$$

$$\Rightarrow Z = 1.5$$

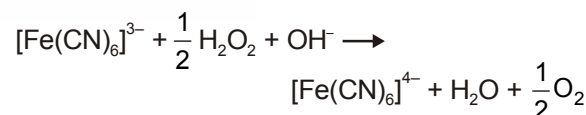
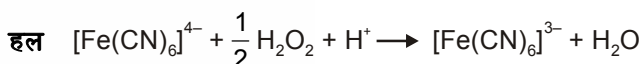
अणु को निम्न प्रकार लिखा जाता है



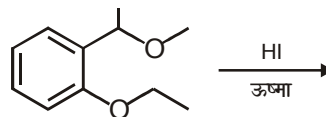
68. हाइड्रोजन पेराक्साइड अम्लीय माध्यम में, $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{4-}$ को $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$ में उपचयित करता है परन्तु क्षारीय माध्यम में $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{3-}$ को $[\text{Fe}(\text{CN})_6]^{4-}$ में अपचयित करता है। अन्य बनने वाले उत्पाद क्रमशः हैं:

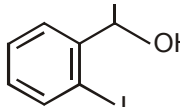
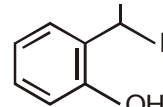
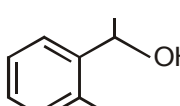
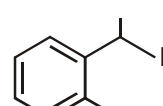
- (1) H_2O तथा $(\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2)$
(2) H_2O तथा $(\text{H}_2\text{O} + \text{OH}^-)$
(3) $(\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2)$ तथा H_2O
(4) $(\text{H}_2\text{O} + \text{O}_2)$ तथा $(\text{H}_2\text{O} + \text{OH}^-)$

उत्तर (1)

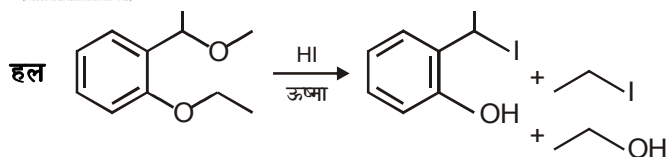


69. निम्न अभिक्रिया में बनने वाला मुख्य उत्पाद है



- (1)  (2) 
(3)  (4) 

उत्तर (2)



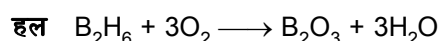
अतः विकल्प (2) सही है।

70. 100 एम्पियर विद्युत धारा प्रवाहित करके जल का लगभग कितनी देर तक विद्युत अपघटन किया जाये कि निकलने वाली ऑक्सीजन 27.66 g डाइबोरेन को पूर्ण रूप से जला सके?

(B का परमाणु भार = 10.8 u)

- (1) 3.2 घंटा (2) 1.6 घंटा
(3) 6.4 घंटा (4) 0.8 घंटा

उत्तर (1)



27.66 g B_2H_6 = 1 मोल B_2H_6 जिसे पूर्ण दहन के लिए तीन मोल ऑक्सीजन (O_2) की आवश्यकता है।



फेराडे की संख्या = 12 = आवेश की मात्रा

$$12 \times 96500 = i \times t$$

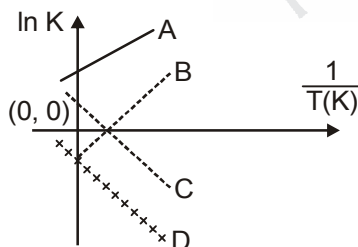
$$12 \times 96500 = 100 \times t$$

$$t = \frac{12 \times 96500}{100} \text{ सेकण्ड}$$

$$t = \frac{12 \times 96500}{100 \times 3600} \text{ घण्टे}$$

$$t = 3.2 \text{ घण्टे}$$

71. एक ऊष्माक्षेपी अभिक्रिया के लिए निम्न में से कौनसी रेखा साम्यस्थिरांक K, की ताप पर निर्भरता को सही रूप से प्रदर्शित करता है?



- (1) C तथा D (2) A तथा D
(3) A तथा B (4) B तथा C

उत्तर (3)

हल साम्य नियतांक $K = \left(\frac{A_f}{A_b}\right) e^{-\frac{\Delta H^\circ}{RT}}$

$$\ln K = \ln\left(\frac{A_f}{A_b}\right) - \frac{\Delta H^\circ}{R} \left(\frac{1}{T}\right)$$

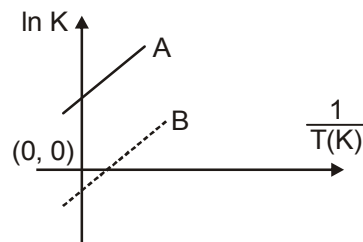
$$y = C + m x$$

सरल रेखा की समीकरण के साथ तुलना पर

$$\text{ढाल} = \frac{-\Delta H^\circ}{R}$$

क्योंकि अभिक्रिया ऊष्माक्षेपी है, $\Delta H^\circ = -ve$, अतः

ढाल = +ve.



अतः विकल्प (3) सही है।

72. 518°C पर गैसीय एसिटिल्डहाइड के एक प्रतिदर्श की वियोजन दर, जिसका प्रारम्भिक दाब 363 टार था, 5% अभिक्रिया कर लेने पर 1.00 Torr s^{-1} तथा 33% अभिक्रिया कर लेने पर 0.5 torr s^{-1} पायी गयी। अभिक्रिया की कोटि है :

- (1) 1 (2) 0
(3) 2 (4) 3

उत्तर (3)

हल माना एसिटिल्डहाइड के संदर्भ में अभिक्रिया कोटि x है।

स्थिति-1 :

$$\text{दर} = k[\text{CH}_3\text{CHO}]^x$$

$$1 = k[363 \times 0.95]^x$$

$$1 = k[344.85]^x \quad \dots(i)$$

स्थिति-2 :

$$0.5 = k[363 \times 0.67]^x$$

$$0.5 = k[243.21]^x \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) से,

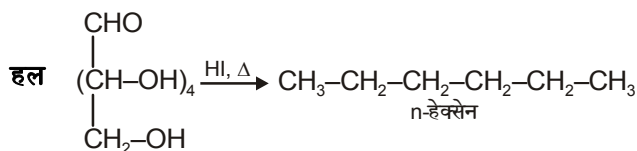
$$\frac{1}{0.5} = \left(\frac{344.85}{243.21}\right)^x \Rightarrow 2 = (1.414)^x$$

$$\Rightarrow x = 2$$

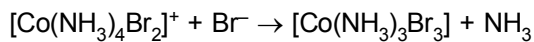
73. ग्लूकोज को HI के साथ लम्बे समय तक गर्म करने पर प्राप्त होता है:

- (1) हेक्सानोइक एसिड
(2) 6-आयडोहेक्सेनल
(3) n-हेक्सेन
(4) 1-हेक्सीन

उत्तर (3)



74. निम्न अभिक्रिया तथा कथनों पर विचार कीजिए :



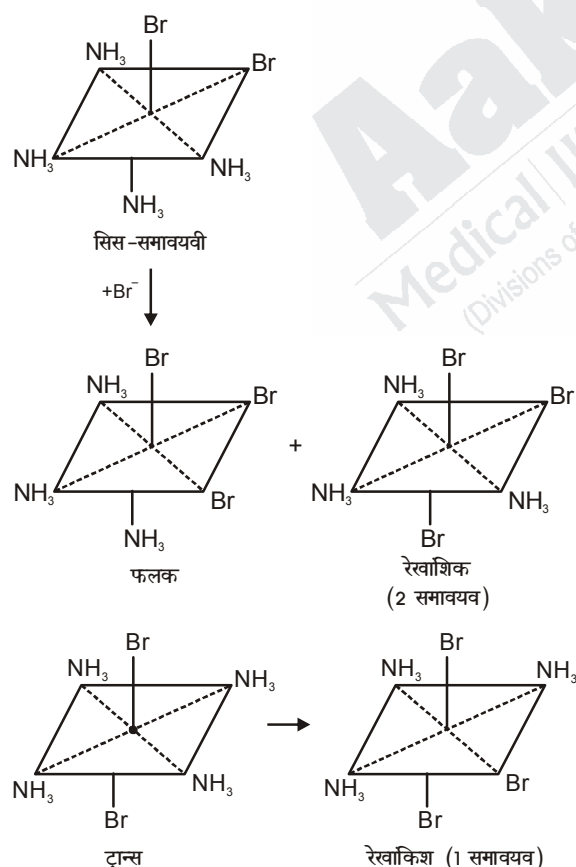
- (I) दो समावयवी बनते हैं यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक *सिस*-समावयवी है।
 (II) दो समावयवी बनते हैं यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक *ट्रांस*-समावयवी है।
 (III) मात्र एक समावयवी बनता है यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक *ट्रांस*-समावयवी है।
 (IV) केवल एक समावयवी बनता है यदि अभिकारक कॉम्प्लेक्स आयन एक *सिस*-समावयवी है।

सही कथन हैं:

- (1) (III) और (IV) (2) (II) और (IV)
 (3) (I) और (II) (4) (I) और (III)

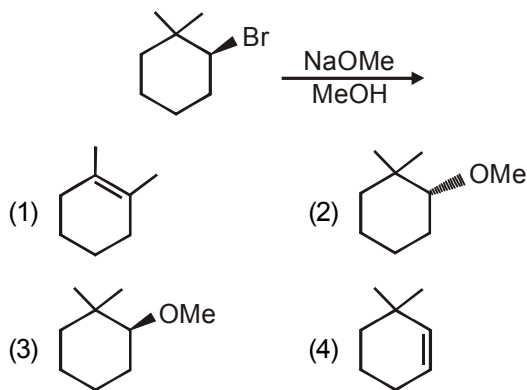
उत्तर (4)

हल



अतः विकल्प (4) सही है।

75. निम्न अभिक्रिया का मुख्य उत्पाद है :

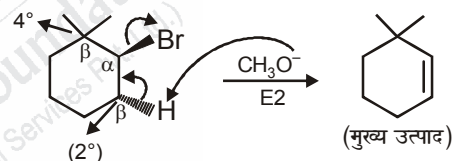


उत्तर (4)

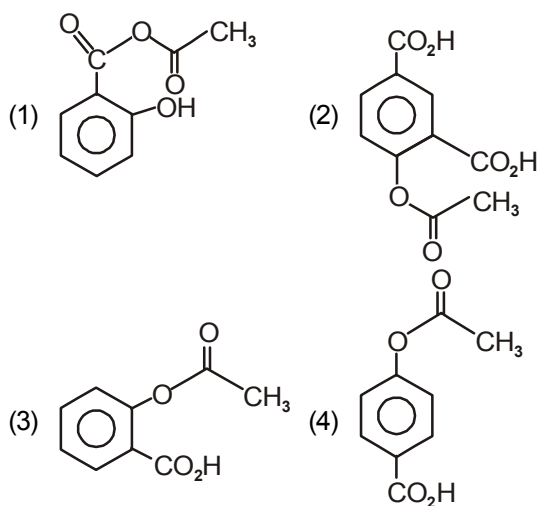
हल CH_3O^- एक प्रबल क्षार तथा प्रबल नाभिकीस्नेही है अतः उपयुक्त परिस्थिति $\text{S}_{\text{N}}2/\text{E}2$ है।

fn; kx; kgS fYd y g8kbM2° है तथा β C's; 4° तथा 2° है, अतः पर्याप्त रूप से बाधित है, $\text{S}_{\text{N}}2$ की अपेक्षा $\text{E}2$ प्रभावी है।

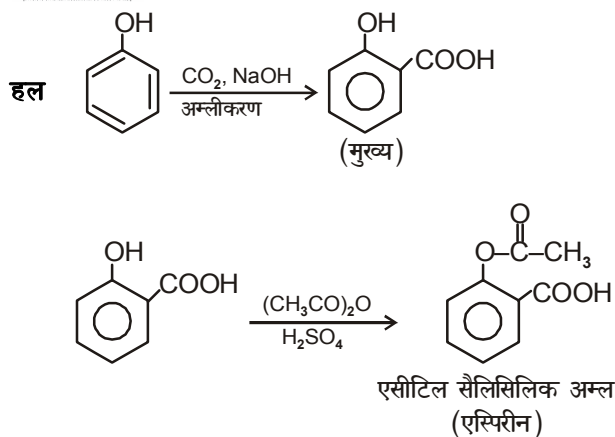
और, CH_3OH (विलायक) की धुवता H_2O जितनी उच्च नहीं हैं अतः $\text{E}1$ भी $\text{E}2$ से प्रभावी है।



76. NaOH की उपस्थिति में फेनॉल CO_2 के साथ अभिक्रियित करने तदुपरान्त अम्लित करने पर एक यौगिक X मुख्य उत्पाद के रूप में देता है। H_2SO_4 की उत्प्रेरकीय मात्रा में उपस्थित रहने में X को $(\text{CH}_3\text{CO})_2\text{O}$ के साथ अभिक्रियित करने पर प्राप्त होगा:



उत्तर (3)



77. एक जलीय विलयन में Ba^{2+} है जिसकी सान्द्रता अज्ञात है। उसमें 1 M Na_2SO_4 के 50 mL विलयन मिलाते ही BaSO_4 का अवक्षेप बनना शुरू हो जाता है। अंतिम आयतन 500 mL है। BaSO_4 का विलेयता गुणांक 1×10^{-10} है। Ba^{2+} की मूल सान्द्रता रही होगी :

- (1) 1.1×10^{-9} M
- (2) 1.0×10^{-10} M
- (3) 5×10^{-9} M
- (4) 2×10^{-9} M

उत्तर (1)

हल $[\text{SO}_4^{2-}]$ की अंतिम सांद्रता = $\frac{[50 \times 1]}{[500]} = 0.1$ M

BaSO_4 का K_{sp}

$$[\text{Ba}^{2+}][\text{SO}_4^{2-}] = 1 \times 10^{-10}$$

$$[\text{Ba}^{2+}][0.1] = \frac{10^{-10}}{0.1} = 10^{-9} \text{ M}$$

अंतिम विलयन में Ba^{2+} की सांद्रता = 10^{-9} M

मूल विलयन में Ba^{2+} की सांद्रता

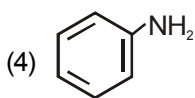
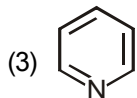
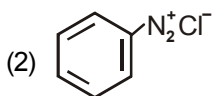
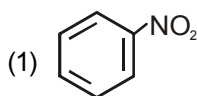
$$M_1 V_1 = M_2 V_2$$

$$M_1 (500 - 50) = 10^{-9} (500)$$

$$M_1 = 1.11 \times 10^{-9} \text{ M}$$

अतः विकल्प (1) सही है।

78. नाइट्रोजन आकलन के लिए केल्डल विधि में निम्न यौगिकों में से कौन उपयुक्त होगा?



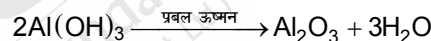
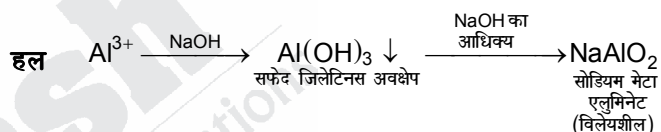
उत्तर (4)

हल केल्डल विधि उन यौगिकों के लिए लागू नहीं होती जिनमें नाइट्रोजन नाइट्रो, एजो समूहों तथा बलय में उपस्थित होती है क्योंकि इन परिस्थितियों में इन यौगिकों की N अमोनियम सल्फेट में परिवर्तित नहीं होती। अतः एनीलीन को केल्डल विधि द्वारा नाइट्रोजन के आकलन के लिए प्रयुक्त किया जा सकता है।

79. जब एक धातु 'M' को NaOH के साथ अभिक्रियित किया जाता है तो एक सफेद जिलेटिनस अवक्षेप 'X' प्राप्त होता है जो NaOH के आधिक्य में घुलनशील है। यौगिक 'X' को जब अधिक गरम किया जाता है तो एक ऑक्साइड प्राप्त होती है जो क्रोमेटोग्राफी में एक अधिशोषक के रूप में प्रयुक्त होती है। धातु 'M' है :

- (1) Al
- (2) Fe
- (3) Zn
- (4) Ca

उत्तर (1)



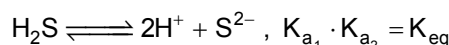
Al_2O_3 का उपयोग स्तम्भ वर्णलेखिकी में किया जाता है।

80. एक जलीय विलयन में 0.10 M H_2S तथा 0.20 M HCl है। यदि H_2S से HS^- बनने का साम्य स्थिरांक 1.0×10^{-7} हो तथा HS^- से S^{2-} बनने का साम्य स्थिरांक 1.2×10^{-13} हो तो जलीय विलयन में S^{2-} आयनों की सान्द्रता होगी :

- (1) 6×10^{-21}
- (2) 5×10^{-19}
- (3) 5×10^{-8}
- (4) 3×10^{-20}

उत्तर (4)

हल बाह्य H^+ की उपस्थिति में,



$$\therefore \frac{[\text{H}^+]^2 [\text{S}^{2-}]}{[\text{H}_2\text{S}]} = 1 \times 10^{-7} \times 1.2 \times 10^{-13}$$

$$\frac{[0.2]^2 [\text{S}^{2-}]}{[0.1]} = 1.2 \times 10^{-20}$$

$$[\text{S}^{2-}] = 3 \times 10^{-20}$$

81. पेयजल में फ्लोराइड आयन की अनुशासित सान्द्रता 1ppm तक है। चूँकि दाँत एनामेल को कठोर बनाने में फ्लोराइड आयन की आवश्यकता होती है जो $[\text{3Ca}_3(\text{PO}_4)_2\text{Ca(OH)}_2]$ को निम्न में बदलकर करती है :

- (1) $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{CaF}_2]$ (2) $[3\{\text{Ca}(\text{OH})_2\} \cdot \text{CaF}_2]$
 (3) $[\text{CaF}_2]$ (4) $[3(\text{CaF}_2) \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2]$

उत्तर (1)

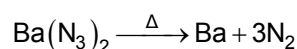
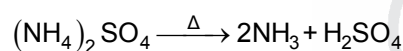
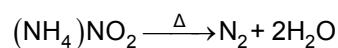
हल F^- आयन निम्न के आवरण द्वारा दांत एनामेल को कठोर बनाता है $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{Ca}(\text{OH})_2]$ से $[3\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2 \cdot \text{CaF}_2]$
हाइड्रॉक्सीएपेटाइट फ्लुओरोपेटाइट

82. वह यौगिक जो तापीय विघटन द्वारा नाइट्रोजन गैस नहीं उत्पन्न करता, है :

- (1) NH_4NO_2 (2) $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$
 (3) $\text{Ba}(\text{N}_3)_2$ (4) $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7$

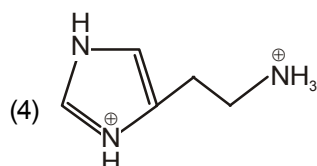
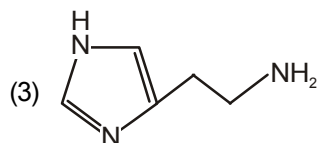
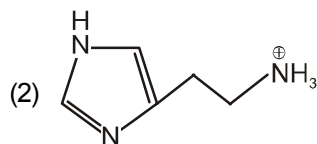
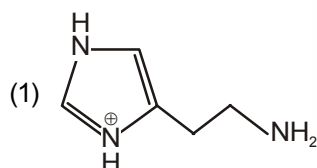
उत्तर (2)

हल $(\text{NH}_4)_2\text{Cr}_2\text{O}_7 \xrightarrow{\Delta} \text{N}_2 + 4\text{H}_2\text{O} + \text{Cr}_2\text{O}_3$

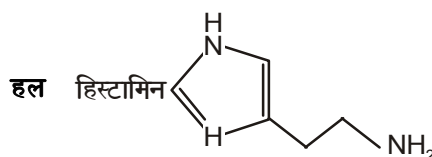


दिये गये सभी यौगिकों में केवल $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ गर्म करने पर नाइट्रोजन नहीं देता, यह अमोनिया गैस देता है।

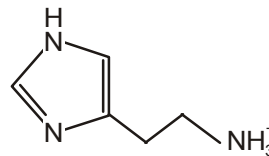
83. मानव रक्त में उपस्थित हिस्टामिन का प्रमुख रूप है (pK_a , हिस्टाडिन = 6.0)



उत्तर (2)



pH (7.4) पर हिस्टामिन का मुख्य रूप प्राथमिक एमीन पर प्रोटोनीकृत रूप होता है।



84. $[\text{Cr}(\text{H}_2\text{O})_6]\text{Cl}_3$, $[\text{Cr}(\text{C}_6\text{H}_6)_2]$,

तथा $\text{K}_2[\text{Cr}(\text{CN})_2(\text{O}_2)(\text{O}_2)(\text{NH}_3)]$ में क्रोमियम की आक्सीकरण अवस्थाएँ क्रमशः है :

- (1) +3, 0 तथा +6 (2) +3, 0 तथा +4
 (3) +3, +4 तथा +6 (4) +3, +2 तथा +4

उत्तर (1)

हल $[\text{Cr}(\text{H}_2\text{O})_6]\text{Cl}_3 \Rightarrow x + 0 \times 6 - 1 \times 3 = 0$
 $\therefore x = +3$

$[\text{Cr}(\text{C}_6\text{H}_6)_2] \Rightarrow x + 2 \times 0 = 0$
 $x = 0$

$\text{K}_2[\text{Cr}(\text{CN})_2(\text{O}_2)(\text{O}_2)\text{NH}_3]$
 $\Rightarrow 1 \times 2 + x - 1 \times 2 - 2 \times 2 - 2 \times 1 = 0$
 $\Rightarrow x - 6 = 0$
 $x = +6$

85. किस तरह की 'त्रुटि' में अंतरकाशी स्थान में धनायन (कैटायन) की उपस्थिति होती है?

- (1) फ्रेंकल त्रुटि
 (2) धातु हीनता त्रुटि
 (3) साट्की त्रुटि
 (4) रिक्तीका त्रुटि

उत्तर (1)

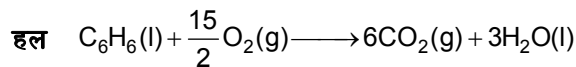
हल फ्रेंकल त्रुटि में, धनायन सामान्य स्थल से अन्तराली स्थल में विस्थापित हो जाता है।

86. बेंजीन के दहन करने पर $\text{CO}_2(\text{g})$ तथा $\text{H}_2\text{O}(\text{l})$ प्राप्त होती है। स्थिर आयतन पर बेंजीन (l) की दहन ऊष्मा 25°C पर $-3263.9\text{kJ mol}^{-1}$ है। स्थिर दाब पर बेंजीन की दहन ऊष्मा

(kJ mol⁻¹ में) का मान होगा : ($R = 8.314 \text{ JK}^{-1} \text{ mol}^{-1}$)

- (1) 3260 (2) -3267.6
(3) 4152.6 (4) -452.46

उत्तर (2)



$$\Delta n_g = 6 - \frac{15}{2} = -\frac{3}{2}$$

$$\Delta H = \Delta U + \Delta n_g RT$$

$$= -3263.9 + \left(-\frac{3}{2}\right) \times 8.314 \times 298 \times 10^{-3}$$

$$= -3263.9 + (-3.71)$$

$$= -3267.6 \text{ kJ mol}^{-1}$$

87. निम्न में से कौन लुईस अम्ल है?

- (1) PH_3 तथा SiCl_4 (2) BCl_3 तथा AlCl_3
(3) PH_3 तथा BCl_3 (4) AlCl_3 तथा SiCl_4

उत्तर (2)*

हल BCl_3 - इलेक्ट्रॉन न्यून, अपूर्ण अष्टक

AlCl_3 - इलेक्ट्रॉन न्यून, अपूर्ण अष्टक

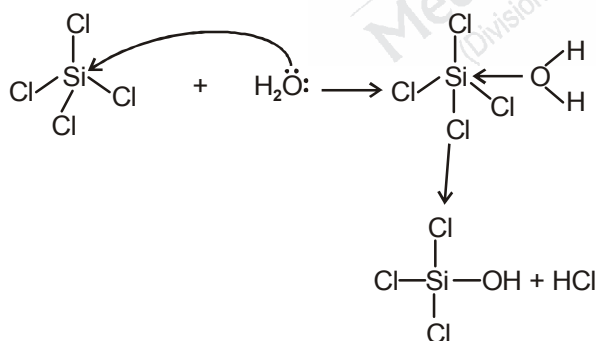
उत्तर-(2) BCl_3 तथा AlCl_3

SiCl_4 सिलिकन के d -कक्षक में एकांकी इलेक्ट्रॉन युग्म ग्रहण कर सकता है। अतः यह लुईस अम्ल के रूप में कार्य कर सकता है।

हालांकि अत्यधिक उपयुक्त उत्तर (2) है।

फिर भी उत्तर (2) व (4) को सही उत्तर माना जा सकता है।

उदाहरण : SiCl_4 का जलअपघटन हो जाता है



अतः उत्तर (4) AlCl_3 तथा SiCl_4 भी सही है।

88. निम्न यौगिकों में से किसमें सहसंयोजक आबन्ध नहीं है/हैं?

KCl , PH_3 , O_2 , B_2H_6 , H_2SO_4

- (1) KCl (2) KCl , B_2H_6
(3) KCl , B_2H_6 , PH_3 (4) KCl , H_2SO_4

उत्तर (1)

हल $\text{KCl} - \text{K}^+$ तथा Cl^- के मध्य आयनिक बंध

$\text{PH}_3 - \text{P}$ तथा H के मध्य सहसंयोजक बंध

$\text{O}_2 - \text{O}$ परमाणुओं के मध्य सहसंयोजक बंध

$\text{B}_2\text{H}_6 - \text{B}$ तथा H परमाणुओं के मध्य सहसंयोजक बंध

$\text{H}_2\text{SO}_4 - \text{S}$ तथा O व O तथा H के मध्य सहसंयोजक बंध

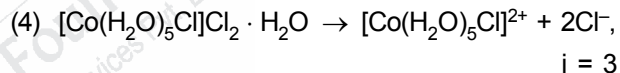
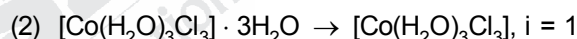
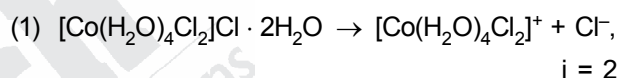
∴ सहसंयोजक बंध रहित यौगिक केवल KCl है।

89. निम्न यौगिकों के 1 मोलल जलीय विलयन लेने पर किसका हिमांक उच्चतम होगा?

- (1) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_4\text{Cl}_2]\text{Cl} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$
(2) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_3\text{Cl}_3] \cdot 3\text{H}_2\text{O}$
(3) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_6]\text{Cl}_3$
(4) $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_5\text{Cl}]\text{Cl}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$

उत्तर (2)

हल अतः अधिकतम हिमांक दर्शाने वाले विलयन में विलेय के कण न्यूनतम होते हैं।



अतः 1 मोल $[\text{Co}(\text{H}_2\text{O})_3\text{Cl}_3] \cdot 3\text{H}_2\text{O}$ विलयन में जलीय अवस्था में कणों की संख्या न्यूनतम है।

अतः विकल्प (2) सही है।

90. अणुकक्षक सिद्धान्त के अनुसार, निम्न में से कौनसा अणु व्यवहार्य नहीं होगा?

- (1) H_2^- (2) H_2^{2-}
(3) He_2^{2+} (4) He_2^+

उत्तर (2)

हल

	इलेक्ट्रॉनीय विन्यास	बंध क्रम
He_2^+	$\sigma_{1s^2} \sigma_{1s}^*$	$\frac{2-1}{2} = 0.5$
H_2^-	$\sigma_{1s^2} \sigma_{1s}^*$	$\frac{2-1}{2} = 0.5$
H_2^{2-}	$\sigma_{1s^2} \sigma_{1s}^{*2}$	$\frac{2-2}{2} = 0$
He_2^{2+}	σ_{1s^2}	$\frac{2-0}{2} = 1$

शून्य बन्ध क्रम वाला अणु व्यवहार्य नहीं होगा।